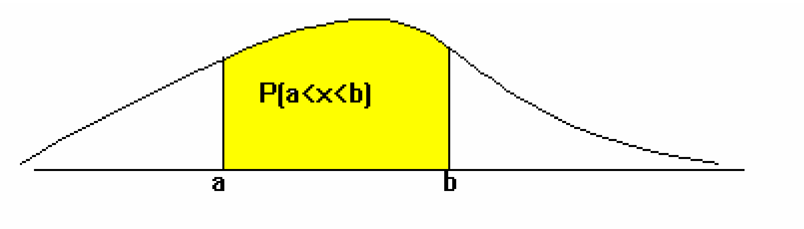
DISTRIBUCIÓN NORMAL

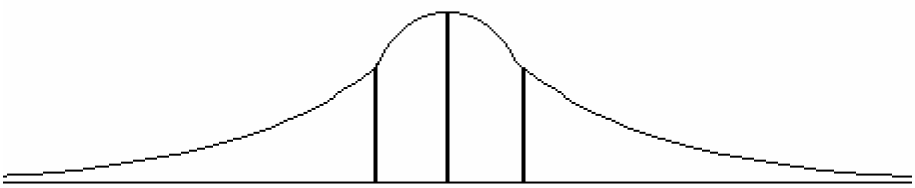
En las distribuciones de variable continua la probabilidad se conoce mediante una curva llamada **curva de probabilidad o función de densidad.** El área bajo esa curva es 1, conociendo esta curva podremos averiguar probabilidades del tipo:

- $P(a \leq x \leq b)$ (probabilidad de que x esté entre ciertos valores a y b).
- $P(c \leq x)$ (probabilidad de que la variable quede por encima de cierto valor c).
- $P(x \leq d)$ (probabilidad de que la variable quede por debajo de cierto valor d).

Estas probabilidades se obtienen calculando el área que queda por debajo de la curva en los valores correspondientes (recuerda la idea de integral definida).



La **campana de Gauss o curva normal** es una función de probabilidad continua, simétrica, cuyo máximo coincide con la media y que tiene dos puntos de inflexión situados a una distancia σ_x de ella.



Para cada media y cada desviación típica hay una curva normal que se representa por $N(\overline{x}, \sigma_x)$.

Caracteres que se representan por una curva normal:

- Caracteres morfológicos: tallas, pesos, envergaduras, etc.
- Caracteres fisiológicos: efecto de una dosis de un fármaco, etc.
- Caracteres psicológicos: cociente intelectual, grado de adaptación a un medio...
- Caracteres físicos: resistencia a la rotura de piezas, etc.

Existen tablas que dan las probabilidades de la distribución normal con media $\overline{x} = 0$ y desviación típica $\sigma_x = 1$ (se escribe N(0, 1) y se llama distribución **normal tipificada**, el manejo de estas tablas lo veremos en clase). Las probabilidades de el resto de las distribuciones normales se obtienen tipificando la variable con la expresión:

$$P(x \leq a) = P\left(z \leq \frac{a - \overline{x}}{\sigma_x}\right)$$

Donde x es una variable que sigue una $N(\overline{x}, \sigma_x)$ y z es una variable que sigue una N(0,1).

Aproximación de la distribución binomial a la normal.

Si se quieren calcular probabilidades de una distribución binomial B(n, p), los cálculos pueden ser muy deprimentes cuando n es grande. Por ejemplo, en una B(500, 0,3), el calculo de la probabilidad $P(x \geq 160)$ supone hacer las siguientes 120 sumas:

$$P(x \geq 160) = \sum_{i=160}^{500} \binom{500}{i} \cdot 0{,}3^i \bullet 0{,}7^{500-i}$$

Esto se puede evitar usando la tabla de la distribución normal.

Una binomial B(n, p) se parece a una curva normal $N(\overline{x}, \sigma_x)$, con media $\overline{x} = n \cdot p$ y desviación típica $\sigma_x = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$, cuanto mayores son los productos n·p y n·q (si son mayores que 3 la aproximación es buena, si son mayores que 5 es prácticamente perfecta).

En el caso anterior $n \cdot p = 500 \cdot 0{,}3 = 150$ y $n \cdot q = 500 \cdot 0{,}7 = 350$, la aproximación es perfecta. Calculamos la media y la desviación típica:

$$\overline{x} = 500 \cdot 0{,}3 = 150 \text{ y } \sigma_x = \sqrt{500 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}5} = \sqrt{75} = 8{,}66$$

Por tanto la distribución B(500, 0,3) se aproxima a una N(150, 0,3) y la probabilidad pedida es:

$P(x \geq 160)$ (según una B(500, 0,3)) =
= $P(x' \geq 159{,}5)$ (según una N(150, 8,66)) (ya explicaré lo de 159,5) =
= $P\left(z \geq \frac{159{,}5 - 150}{8{,}66}\right)$ (según la normal tipificada) = $P(z \geq 1{,}1)$ = 0,1357 (este último dato hay que mirarlo en la tabla).

EJERCICIOS:

1) Los pesos de 600 soldados se distribuyen según una N(67, 5). Calcula cuantos de ellos pesan:

a) Más de 80 kg. (sin incluir los de 80)	b) 50 kg o menos.
c) Menos de 60 kg. (sin incluir los de 60)	d) 70 kg.
e) Entre 60 y 75 kg. (ambos incluidos)	

2) Un centro de enseñanza va a presentar al examen de selectividad a 240 alumnos y sabe que, de ese centro suele aprobar el 85% de los presentados. ¿Cuál es la probabilidad de que aprueben:

a) Más de 200	b) Más de 220
c) Más de 185	d) Entre 205 y 225

3) Una moneda se lanza 400 veces. Calcula la probabilidad de que el número de caras difiera de 200 en más de 10. ¿Y de que difiera en más de 20?.