RECUPERACIÓN 2ºA MAT. APLIC. II

3ª EVALUACIÓN 14-5-10

SOLUCIÓN Salvo error u omisión

(1º) a/ Busco recta paralela a $2x+y=3 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-2x+3 \Rightarrow$ su pendiente es -2

Derivo $f(x)$

$f'(x)=-2x$. Veo cuando vale -2

$-2x=-2 \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(1)=4-1^2=3 \Rightarrow$ pto $(1,3)$

La recta pedida es

$y-3=-2(x-1)$

b/ El área entre $y=4-x^2$ e $y=x-2$ coincide con el área entre la función dada por su diferencia y el eje OX.

Resto

$y=4-x^2-(x-2)=-x^2-x+6$

La represento. Calculo sus ptos de corte

$-x^2-x+6=0 \Rightarrow x^2+x-6=0 \Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2}= \begin{smallmatrix} \nearrow 2 \\ \searrow -3 \end{smallmatrix}$

Por tanto

$$A=\int_{-3}^{2} -x^2-x+6\,dx = \left.\frac{-x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+6x\right|_{-3}^{2}=$$

$$=-\frac{2^3}{3}-\frac{2^2}{2}+6\cdot 2-\left(\frac{-(-3)^3}{3}-\frac{(-3)^2}{2}+6(-3)\right)=$$

$$=-\frac{8}{3}-2+12-\left(9-\frac{9}{2}-18\right)=-\frac{8}{3}+10+\frac{9}{2}+9=\frac{-16+60+27+54}{6}=$$

$$=\frac{125}{6}\,u^2$$

(2°) $f(x) = \frac{4}{x^2-4}$ $\quad$ Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

a/ A. Verticales $\quad x=-2,\ x=2$

Veo límites laterales

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{4}{x^2-4} = \lim_{x\to -2^-} \frac{4}{(x+2)(x-2)} = \frac{+}{-\cdot -}\infty = +\infty$$

$$\lim_{x\to -2^+} f(x) = \frac{+}{+\cdot -}\infty = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \frac{+}{+\cdot -}\infty = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \frac{+}{+\cdot +}\infty = +\infty$$

A. Horizontales

$$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{4}{x^2-4} = 0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \text{No hay oblicuas.}$$

b/ Derivo

$$f'(x) = \frac{-4\cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \frac{-8x}{(x^2-4)^2}$$

Veo puntos críticos

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -8x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Veo signo de $f'(x)$

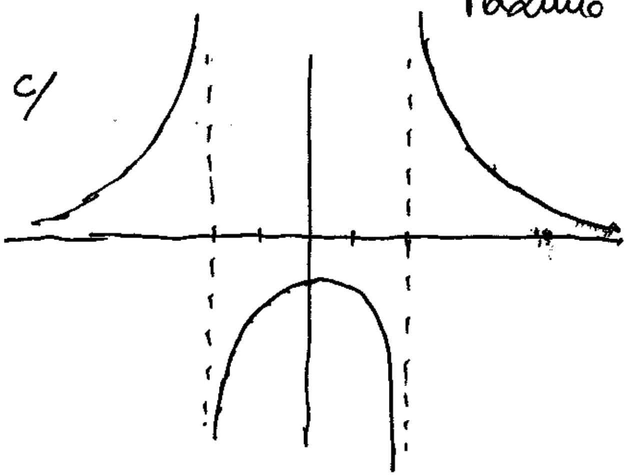
		-2		0		2	
	+		+ +		− −		−
	+		+	0	+		+
$f'(x)$	+		+		−		−
	↗		↗		↘		↘

Por tanto $f(x)$ crece $\forall x \in (-\infty,-2)\cup(-2,0)$

decrece $\forall x \in (0,2)\cup(2,\infty)$

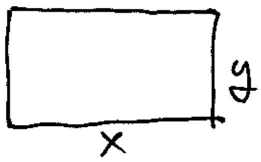
Máximo en $x=0 \Rightarrow y=-1$

c/



(2/4)

③ Sean $x \equiv$ base del rectángulo
$y \equiv$ altura " "



Quiero que el área sea máxima
Es decir, que $f(x,y) = x \cdot y$ lo sea.

Sé que $2x + 2y = 10 \Rightarrow y = \frac{10-2x}{2} = 5-x$

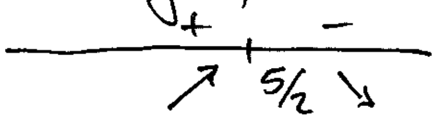
Por tanto busco el máximo de

$$f(x) = x(5-x) = 5x - x^2$$

Derivo $f'(x) = 5 - 2x$

pto crítico $\Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 5-2x = 0 \Rightarrow x = 5/2$

Veo signo de $f'(x)$



Y el máximo se alcanza en $x = 5/2 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$.

Sus medidas serán $\frac{5}{2} \times \frac{5}{2}$

④ Para todos los valores del intervalo $(0,2)$ distintos de 1 $f(x)$ es derivable por ser polinómica.

Para que sea derivable en $x=1$ debe cumplirse

- Continua en $x=1$, es decir

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$$

$$f(1) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} x^3 - 12x + 1 = -10$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} 20x^2 + bx + c = b + c + 20$$

$$\Rightarrow b + c + 20 = -10 \Rightarrow b + c = -30$$

- Derivada continua en $x=1$

$$f'(x)=\begin{cases} 3x^2-12 & \text{si } 0\le x\le 1 \\ 40x+b & \text{si } 1<x\le 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 1^-} f'(x)=\lim_{x\to 1^+} f'(x)=f'(1)$$

$$f'(x)=\lim_{x\to 1^-} f'(x)=\lim_{x\to 1^-} 3x^2-12 = -9$$

$$\lim_{x\to 1^+} f'(x)=\lim_{x\to 1^+} 40x+b = b+40$$

$$\Rightarrow -9=b+40 \Rightarrow b=-49$$

Por tanto será derivable si

$$\left.\begin{array}{l} b+c=-30 \\ b=-49 \end{array}\right\} \Rightarrow c=-30-b=-30+49=19$$

$$b=-49 \qquad c=19$$

(5°) a/ i/ $y'=\dfrac{1}{\frac{e^x}{1+e^x}}\cdot\dfrac{e^x(1+e^x)-e^x\cdot e^x}{(1+e^x)^2}$

ii/ $y'=2^{5x^2}\cdot \ln 2\cdot 10x\cdot x^{10}+2^{5x^2}\cdot 10x^9$

b/ i/ $\displaystyle\int\frac{x}{3x^2-5}\,dx=\frac{1}{6}\int\frac{6x}{3x^2-5}\,dx=\frac{1}{6}\ln|3x^2-5|+K$

ii/ $\displaystyle\int_{-1}^{1}3x^2-7x+1\,dx=\frac{\cancel{3}x^3}{\cancel{3}}-\frac{7x^2}{2}+x\Big|_{-1}^{1}=$

$=1-\cancel{\frac{7}{2}}+1-\left(-1-\cancel{\frac{7}{2}}-1\right)=2-(-2)=4$