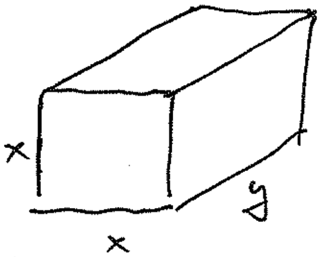
RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN — 2ºA — MAT. APLIC II

Solución — 11-5-12

Salvo error u omisión

1º



Sean x la anchura y altura e y el fondo del paquete

$$V(x,y) = x^2 \cdot y$$

Sé que $x + x + y = 2x + y = 72 \Rightarrow y = 72 - 2x$

y por tanto

$$V(x) = x^2 \cdot (72 - 2x) = 72x^2 - 2x^3$$

Derivo $V'(x) = 144x - 6x^2$, veo ptos críticos

$144x - 6x^2 = 0 \Rightarrow x(144 - 6x) = 0 \Rightarrow x = 0$ y $x = 24$

Veo signo de $V'(x)$

$$\begin{array}{ccccc} - & & + & & - \\ \searrow & 0 & \nearrow & 24 & \searrow \end{array}$$

y el máximo se alcanza para $x = 24 \Rightarrow y = 24$

La caja debe tener por dimensiones

$24 \times 24 \times 24$ cm.

2º $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2ax + b$

$$\left.\begin{array}{l} \text{pasa por } (0,-4) \Rightarrow c = -4 \\ \text{pasa por } (3,-13) \Rightarrow 27 - 9a + 3b + c = -13 \\ \text{mínimo } x = 3 \Rightarrow 27 - 6a + b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} -9a + 3b = -36 \\ -6a + b = -27 \end{array}\right\} \Rightarrow a = 5 \quad b = 3$$

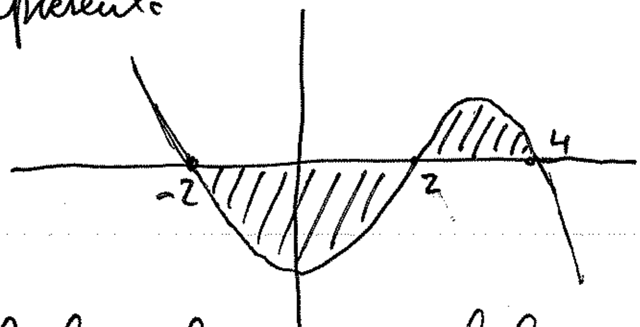
Soluciones $a = 5$, $b = 3$, $c = -4$

(3°) $y = -(x+2)(x-2)(x-4) = -x^3+4x^2+4x-16$

Veo puntos de corte

$y=0 \Rightarrow x=-2,\ x=2,\ x=4$

Represento



Por tanto el área pedida va dada por

$$A = \int_2^4 -x^3+4x^2+4x-16\,dx + \left| \int_{-2}^{2} -x^3+4x^2+4x-16\,dx \right| =$$

$$= \left(-\frac{x^4}{4}+\frac{4x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}-16x\right)\Big|_2^4 + \left| \left(-\frac{x^4}{4}+\frac{4x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}-16x\right)\Big|_{-2}^{2} \right| =$$

$$= \frac{128}{3}+\frac{20}{3} = \frac{148}{3} \simeq 49'33\ u^2$$

* APARTADO B HECHO AL FINAL

(4°) a/ $y = x^2-5x+6$

Corte OX $\Rightarrow x^2-5x+6=0 \Rightarrow x=2,\ x=3$
$(2,0),\ (3,0)$

Corte OY $\Rightarrow x=0 \Rightarrow y=6 \quad (0,6)$

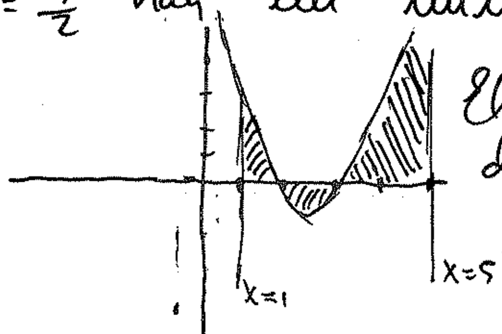
Derivo $y' = 2x-5$ pto crítico $\Rightarrow x = 5/2$

Veo signo

$$\begin{array}{ccc} - & & + \\ \searrow & 5/2 & \nearrow \end{array}$$

en $x=\frac{5}{2}$ hay un mínimo.

Dibujo



El área pedida va dada por las integrales

$$A = \int_1^2 x^2-5x+6 \, dx + \left| \int_2^3 x^2-5x+6 \, dx \right| + \int_3^5 x^2-5x+6 \, dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x\right)\Big|_1^2 + \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x\right)\Big|_2^3 \right| +$$

$$+ \left(\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x\right)\Big|_3^5 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} + \frac{14}{3} = \frac{10}{3} \, u^2$$

5º $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x < 2 \\ 2x-1 & \text{si } 2 \le x \le 4 \\ 5 & \text{si } x > 4 \end{cases}$

a) $f(x)$ es continua para todo valor diferente de 2 y 4 por ser polinómica

En $x=2$

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} x^2+1 = 5 \\ &f(2) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = 3 \end{aligned}\right\} \text{ no es cont en } x=2$$

En $x=4$

$$\left.\begin{aligned} &f(4) = \lim_{x\to 4^-} f(x) = 7 \\ &\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+} 5 = 5 \end{aligned}\right\} \text{ no es cont en } x=4$$

$f(x)$ es cont $\forall x \in \mathbb{R} - \{2,4\}$

b) Cuando $x=-2$ corresponde "el trozo" x^2+1. su derivada es $y' = 2x$ y por tanto

si $x=-2 \Rightarrow y = (-2)^2+1 = 5$

si $x = -2 \Rightarrow m = 2(-2) = -4$

y la recta tangente es

$$y - 5 = -4(x+2)$$

6° $f(x) = \dfrac{x^3}{2x^2-8}$ Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

A Verticales $x=2$ $x=2$

$\lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{x^3}{2(x+2)(x-2)} = \dfrac{-}{-\cdot -}\infty = -\infty$ $\lim\limits_{x\to +2^-} f(x) = \dfrac{+}{+\cdot -}\infty = -\infty$

$\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \dfrac{-}{+\cdot -}\infty = +\infty$ $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \dfrac{+}{+\cdot +}\infty = +\infty$

A Horizontales

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$ no hay

A Oblicuas

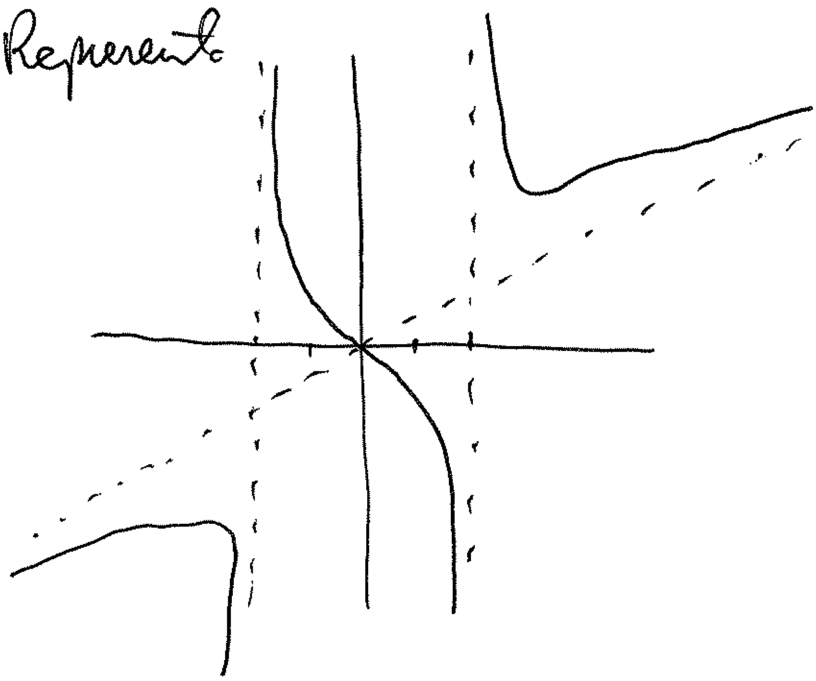
$m = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^3}{2x^3-8} = \dfrac{1}{2}$

$b = \lim\limits_{x\to\pm\infty} (f(x) - mx) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \left(\dfrac{x^3}{2x^2-8} - \dfrac{x}{2}\right) =$

$= \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^3 - x(x^2-4)}{2x^2-8} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{4x}{2x^2-8} = 0$

$y = \dfrac{x}{2}$

Representa



7º La recta $y = 9x+4$ tiene por pendiente 9.

$f'(x) = 3x^2 - 6x$. Busco cuando vale 9

$$3x^2 - 6x = 9 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$\Rightarrow \quad x = 3 \ , \ x = -1$

Si $x = 3 \Rightarrow f(3) = 8$

Si $x = -1 \Rightarrow f(-1) = 4$

y las rectas pedidas son

$$y - 8 = 9(x-3)$$
$$y - 4 = 9(x+1)$$

APARTADO B DE LA PREGUNTA 3

$f(x) = -x^3 + 4x^2 + 4x - 16$

$f'(x) = -3x^2 + 8x + 4$

Si $x = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = -16 \\ f'(0) = 4 \end{cases}$

y la recta es

$$y + 16 = 4x$$