

1) (1,5 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4$.

- Determinése la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión.
- Determinése los extremos relativos de f y esbócese su gráfica.

2) (1,5 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- Calcúlense a y b para que la función f sea continua en todos los puntos.
- ¿Existen valores de a y b para los cuales f es derivable en $x = 3$? Razónese la respuesta.

3) (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^2}{2-x}$

- Determinése sus asíntotas.
- Calcúlense sus máximos y mínimos locales.
- Esbócese la función.

4) (1,5 puntos) Se considera la función $f(x) = ax^2 + bx + c$. Determinar los valores de las constante a , b y c para los que la función f satisface todas las condiciones siguientes:

- $f(1) = 3$
- La tangente a la gráfica de f en el punto $x = 0$ es paralela a $y = 2x$
- f alcanza su mínimo en $x = -1$

5) (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$

- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus máximos y mínimos relativos, si existen.
- Esbozar la función.

6) (1,5 puntos) El coste de un marco para una ventana rectangular es de 50 euros por cada metro de lado vertical y de 25 euros por cada metro de lado horizontal. Se desea construir una ventana de superficie igual a 2 m^2 . Calcúlese sus dimensiones (largo y alto) para que el marco sea lo más barato posible. Calcúlese el precio mínimo del marco de dicha ventana.