

**SOLUCIONES (Salvo error u omisión)****Ejercicio nº 1.-**

Como la población de partida es normal, las medias muestrales también se distribuyen según una normal, para cualquier valor de  $n$ . La desviación típica de la población es

$$\sigma = \sqrt{36} = 6.$$

En este caso, las edades medias de las muestras siguen una distribución  $N\left(38; \frac{6}{\sqrt{16}}\right)$ ; es decir,  $N(38; 1,5)$ .

El intervalo característico es de la forma:

$$\left( \mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Para el 99%, tenemos que  $z_{\alpha/2} = 2,575$ . Por tanto, el intervalo será:

$$\left( 38 - 2,575 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}}; 38 + 2,575 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}} \right); \text{ es decir :}$$

$$(34,14; 41,86)$$

**Ejercicio nº 2.-**

La expresión que nos da el error máximo admisible es  $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

Sabemos que  $E = \frac{314,8 - 295,2}{2} = 9,8$  días.

Como no conocemos  $\sigma$ , tomamos  $s = 40$  días. Además, sabemos que  $n = 64$  bombillas.

Sustituyendo en la expresión anterior, tenemos que:

$$9,8 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{40}{\sqrt{64}} \rightarrow 9,8 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{40}{8} \rightarrow 9,8 = z_{\alpha/2} \cdot 5 \rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{9,8}{5} = 1,96 \rightarrow$$

$$\rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

Sabemos que a este valor de  $z_{\alpha/2}$  le corresponde un nivel de confianza del 95%.

### Ejercicio nº 3.-

La proporción de diabéticos,  $pr$ , en muestras de 300 individuos, sigue una distribución normal de media  $p = 0,02$  y de desviación típica:

$$\sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0,02 \cdot 0,98}{300}} \approx 0,008$$

Es decir,  $pr$  es una  $N(0,02; 0,08)$ .

### Ejercicio nº 4.-

Queremos estimar la proporción en la población,  $p$ , mediante una muestra de tamaño 40.

El intervalo de confianza es de la forma:

$$\left( pr - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pr(1-pr)}{n}}; pr + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pr(1-pr)}{n}} \right)$$

Para el 90% de confianza, tenemos que  $1 - \alpha = 0,9 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$

El valor de  $pr$  es el de la proporción obtenida en la muestra:  $pr = 0,2$ . Por tanto, el intervalo de confianza será:

$$\left( 0,2 - 1,645 \cdot \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{40}}; 0,2 + 1,645 \cdot \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{40}} \right); \text{ es decir :}$$

$$(0,096; 0,304)$$

### Ejercicio nº 5.-

a) Por el teorema central del límite, sabemos que las medias muestrales siguen una media

$$\mu = 30 \text{ y de desviación típica } \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{81}} = \frac{5}{9}. \text{ Es decir se distribuyen } N\left(30; \frac{5}{9}\right).$$

b) Como sabemos que  $\bar{x}$  se distribuye  $N\left(30; \frac{5}{9}\right)$ , si  $z$  es  $N(0, 1)$ , tenemos que:

$$P[\bar{x} > 31] = P\left[z > \frac{31-30}{5/9}\right] = P[z > 1,8] = 1 - P[z \leq 1,8] = 1 - 0,9641 = 0,0359$$

### **Ejercicio nº 6.-**

El error máximo admisible es  $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

Para un nivel de confianza del 95%, tenemos que  $1 - \alpha = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

Además, sabemos que  $\sigma = \sqrt{144} = 12$  cm y que  $E = 2$  cm.

Sustituimos en la expresión anterior y despejamos  $n$ :

$$2 = 1,96 \cdot \frac{12}{\sqrt{n}} \rightarrow \sqrt{n} = \frac{1,96 \cdot 12}{2} = 11,76 \rightarrow n = 138,2976$$

El tamaño de la muestra ha de ser de, al menos, 139 individuos.

### **Ejercicio nº 7.-**

El error máximo admisible es  $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pr(1-pr)}{n}}$ .

Para un nivel de confianza del 95%, tenemos que  $1 - \alpha = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

El error máximo que admitimos es  $E = 0,05$ .

Para  $pr$  tomamos el valor del estudio anterior, es decir,  $pr = 0,3$ .

Sustituyendo en la expresión anterior, tenemos que:

$$0,05 = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,3 \cdot 0,7}{n}} \rightarrow n \approx 322,69$$

Habrá que tomar una muestra de, al menos, 323 personas.

### **Ejercicio nº 8.-**

a) Por el teorema central del límite, sabemos que las medias muestrales,  $\bar{x}$ , se distribuyen según una normal de media  $\mu = 127$  y de desviación típica

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{24}{\sqrt{25}} = \frac{24}{5} = 4,8. \text{ Es decir, se distribuyen } N(127; 4,8).$$

b) Como sabemos que  $\bar{x}$  es  $N(127; 4,8)$ , si  $z$  es  $N(0, 1)$ , tenemos que:

$$\begin{aligned} P[126,5 < \bar{x} < 128] &= P\left[\frac{126,5 - 127}{4,8} < z < \frac{128 - 127}{4,8}\right] = P[-0,10 < z < 0,21] = \\ &= P[z < 0,21] - P[z < -0,10] = P[z < 0,21] - P[z > 0,10] = P[z < 0,21] - (1 - P[z \leq 0,10]) = \\ &= 0,5832 - (1 - 0,5398) = 0,123 \end{aligned}$$