EXAMEN 2ºA MAT. APLIC. II

SOLUCIÓN Salvo error u omisión. 21-2-12

① Sea $X \equiv$ concentración de CO_2 (en ppm)

$X \sim N(\mu, 20)$

a/ $E = 2$

$1-\alpha = 0'95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1'96 \cdot \frac{20}{\sqrt{n}} = 2 \Rightarrow \sqrt{n} = 19'6$

$\Rightarrow n = 384'16$

El número mínimo es de 385 observaciones.

b/ $\bar{X} = 350 \quad n = 121$

$I = \left(\bar{X} \mp z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(350 \mp 1'96 \cdot \frac{20}{\sqrt{121}}\right) =$

$= (346'44, 353'56)$

② $\mu = 100\,V \quad \sigma = 10\,V \quad n = 4$

Por el teorema central del límite y por seguir la variable tensión (t) una normal, tengo que la tensión media de cuatro líneas ($\bar{t}$) sigue una $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(100, \frac{10}{\sqrt{4}}\right) = N(100, 5)$

③ $\bar{X} = 305 \quad \sigma = 40 \quad n = 64$

$I = (295'2, 314'8) \Rightarrow E = 305 - 295'2 = 9'8$

Sé que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 9'8 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{40}{\sqrt{64}} \Rightarrow$

$\Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$ y por tanto sé que el nivel de confianza es: $1-\alpha = 0'95$

(4°) Sea X = número de días de ausencia

$X \rightsquigarrow N(\mu, 1'5)$

$n = 10$, con $\bar{X} = 5$.

a/ $I = \left(\bar{x} \mp z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ donde $z_{\alpha/2} = 1'645$

$\Rightarrow I = \left(5 \mp 1'645 \cdot \frac{1'5}{\sqrt{10}}\right) = (4'22, 5'78)$

b/ $\varepsilon = 0'5$

Sé que $\varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{1'645 \cdot 1'5}{\sqrt{n}} = 0'5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{n} = 4'935 \Rightarrow n = 24'35$

La muestra debe ser de tamaño 25

(5°) $\mu = 500$ $\sigma = 35$ $n = 100$

a/ Por el teorema central del límite y por ser $n \geq 30$, la media de los pesos de las bolsas se distribuye $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow N\left(500, \frac{35}{\sqrt{100}}\right) = N(500, 3'5)$. Por tanto

$P(\bar{X} \leq 495) = P\left(Z \leq \frac{495-500}{3'5}\right) = P(Z \leq -1'43) =$

$= P(Z \geq 1'43) = 1 - P(Z \leq 1'43) = 1 - 0'9236 = 0'0764$

b/ Por los motivos anteriores, la suma de los pesos de las bolsas se distribuye $N(n\mu, \sigma\sqrt{n})$

$\Rightarrow N(100 \cdot 500, 35 \cdot \sqrt{100}) = N(50000, 350)$ tengo que

$P(\Sigma X > 51000) = P\left(Z > \frac{51000 - 50000}{350}\right) = P(Z > 2'86) =$

$= 1 - P(Z < 2'86) = 1 - 0'9979 = 0'0021$

6º Sea $X \equiv$ presión diastólica.

$X \rightsquigarrow N(98, 15)$

$n = 9$

Por el teorema central del límite y por seguir X una normal,

$$\overline{X} \rightsquigarrow N\left(98, \frac{15}{\sqrt{9}}\right) = N(98, 5)$$

a/ $P(\overline{X} > 100) = P\left(Z > \frac{100-98}{5}\right) = P(Z > 0'4) =$

$= 1 - P(Z < 0'4) = 1 - 0'6554 = 0'3446$

b/ $P(100 < \overline{X} < 104) = P\left(\frac{100-98}{5} < Z < \frac{104-98}{5}\right) =$

$= P(0'4 < Z < 1'2) = P(Z < 1'2) - P(Z < 0'4) =$

$= 0'8849 - 0'6554 = 0'2295$

7º $\theta \equiv$ coef. de inteligencia

$X \equiv$ calificación de cada test

$X \rightsquigarrow N(\theta, 10)$ ojo varianza $= \sigma^2 = 100 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma = 10$

a/ $n = 9$ $\overline{x} = 110$ $1-\alpha = 0'95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$$I = \left(\overline{x} \mp z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(110 \mp 1'96 \cdot \frac{10}{\sqrt{9}}\right) =$$

$= (103'47, 116'53)$

b/ $E = 5$ $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1'96 \cdot \frac{10}{\sqrt{n}} = 5$

$\Rightarrow \sqrt{n} = 3'92 \Rightarrow n = 15'37$

Se deben realizar un mínimo de 16 tests

8) Sea $X \equiv$ precio de un refresco

$X \rightsquigarrow N(\mu, 0'09)$

$n = 10$ con $\bar{X} = 1'25$ €

a/ $1-\alpha = 0'95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$$I = \left(\bar{X} \mp z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(1'25 \mp 1'96 \cdot \frac{0'09}{\sqrt{10}}\right) =$$

$$= (1'25 \mp 0'06) = (1'19, 1'31)$$

b/ $E = 0'1$ $\quad 1-\alpha = 0'99 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2'575$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2'575 \cdot \frac{0'09}{\sqrt{n}} = 0'1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = 2'3175 \Rightarrow n = 5'37$$

La muestra mínima debe ser de tamaño 6