EXAMEN 2ºA MAT. APLIC. II

SOLUCIÓN Salvo error u omisión 10-3-09

1º a/ Deberíamos realizar un muestreo estratificado

b/

1ª	200	son el	40%	⇒ elijo el	40% de 40	= 16
2ª	175	" "	35%	⇒ "	35% "	= 14
3ª	75	" "	15%	⇒ "	15% "	= 6
4ª	50	" "	10%	⇒ "	10% "	= 4

Debo seleccionar 16, 14, 6 y 4 socios de cada categoría.

2º a/ Sea $C_i \equiv$ nivel de colesterol

$C_i \sim N(192, 12)$

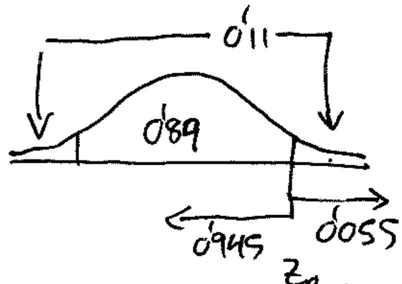
i/ $P(C_i \geq 200) = P\left(z \geq \frac{200-192}{12}\right) = P(z \geq 0'67) =$
$= 1 - P(z \leq 0'67) = 1 - 0'7486 = 0'2514$

ii/ $P(180 \leq z_i \leq 220) = P\left(\frac{180-192}{12} \leq z \leq \frac{220-192}{12}\right) =$

$= P(-1 \leq z \leq 2'33) = P(z \leq 2'33) - P(z \leq -1) =$
$= P(z \leq 2'33) - P(z \geq 1) = P(z \leq 2'33) - 1 + P(z \leq 1) =$
$= 0'9901 - 1 + 0'8413 = 0'8314$

b/ $X_i \sim N(25, 8)$

$1 - \alpha = 0'89$



En $N(0,1)$

$I = (-1'6,\ 1'6)$

Viendo la tabla $z_0 = 1'6$

por tanto en $N(25, 8)$

$\frac{x_1 - 25}{8} = -1'6 \Rightarrow x_1 = 12'2$

$\frac{x_2 + 25}{8} = 1'6 \Rightarrow x_2 = 37'8$

$I = (12'2,\ 37'8)$

3º Tenemos que

$\bar{X} = 60$ Kg

$n = 49$

$\sigma = 6$ Kg

$1-\alpha = 0'99 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2'575$

Por tanto $I = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \left(60 - 2'575 \cdot \frac{6}{\sqrt{49}}, 60 + 2'575 \cdot \frac{6}{\sqrt{49}}\right) = (57'79, 62'21)$

4º $\sigma = 0'5$

$E \leq 0'25$ años

$1-\alpha = 0'9 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'645$

Sé que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{1'645 \cdot 0'5}{\sqrt{n}} = 0'25 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1'645 \cdot 0'5}{0'25} \Rightarrow n = 10'82$

Debemos seleccionar 11 lavavajillas.

5º $\mu = 38$

$\sigma^2 = 36 \Rightarrow \sigma = 6$

$n = 16$

$1-\alpha = 0'95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

Por el teorema central del límite y por distribuirse las edades según una normal, tengo que, para las muestras

$I = \left(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow$

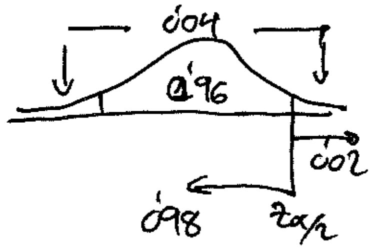
$\Rightarrow I = \left(38 - 1'96 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}}, 38 + 1'96 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}}\right) = (35'06, 40'94)$

6º $\sigma^2 = 144\ cm^2 \Rightarrow \sigma = 12\ cm$

$E \leq 2\ cm$

$1-\alpha = 0'96$

Para $1-\alpha = 0'96$ calculo $z_{\alpha/2}$



por tanto, viendo la tabla

$$z_{\alpha/2} = 2'05$$

Como sé que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ tengo que

$$2'05 \cdot \frac{12}{\sqrt{n}} = 2 \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2'05 \cdot 12}{2} \Rightarrow n = 151'29$$

Debo tomar una muestra de tamaño 152

7º $\mu = 30'$

$\sigma = 5$

$n = 81$

a/ Por el teorema central del límite y por ser el tamaño de la muestra mayor que 30 (o seguir el tiempo una normal) sé que las medias muestrales se distribuyen

$$\bar{x} \rightsquigarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(30, \frac{5}{\sqrt{81}}\right) = N(30, 5/9)$$

b/ $P(\bar{x} \geq 31) = P\left(Z \geq \frac{31-30}{5/9}\right) = P(z \geq 1'8) =$

$= 1 - P(z \leq 1'8) = 1 - 0'9641 = 0'0359$

8º Sea $p_i \equiv$ presión sistólica. $p_i \rightsquigarrow N(127, 24)$

a/ Por el teorema central del límite y por seguir p_i una normal, las muestras de tamaño 25 se distribuyen $\bar{p} \rightsquigarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(127, \frac{24}{5}\right) = N(127, 4'8)$

b/ $P(126'5 \leq \bar{p} \leq 128) = P\left(\frac{126'5-127}{4'8} \leq z \leq \frac{128-127}{4'8}\right) =$

$= P(-0'1 \leq z \leq 0'21) = P(z \leq 0'21) - P(z \leq -0'1) =$

$= P(Z \leq 0'21) - P(Z \geq 0'1) = P(Z \leq 0'21) - 1 + P(Z \leq 0'1) =$

$= 0'5832 - 1 + 0'5398 = 0'123$

9º $\bar{x} = 500$ Kg

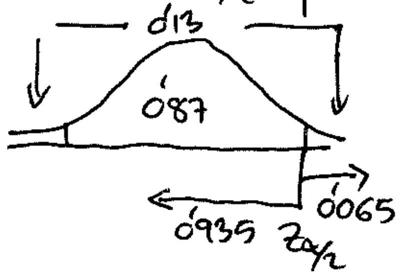
$S = 45$ Kg

$n = 100$

$1-\alpha = 0'87$

Sé que $I = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$

Calculo $z_{\alpha/2}$ para $1-\alpha = 0'87$.



Viendo la tabla $z_{\alpha/2} = 1'51$

y por tanto

$I = \left(500 \pm 1'51 \cdot \frac{45}{\sqrt{100}}\right) = (493'21, \ 506'8)$

10º $P_i \equiv$ peso naranja

$P_i \rightsquigarrow N(175, 12)$

$n = 10$

a/ Por el teorema central del límite y por seguir el peso de las naranjas una normal tengo que las medias de las muestras de tamaño 10 sigue una distribución:

$\bar{P_i} \rightsquigarrow N\left(175, \frac{12}{\sqrt{10}}\right) = N(175, 3'79)$

b/ $P(170 \leq \bar{P_i} \leq 180) = P\left(\frac{170-175}{3'79} \leq Z \leq \frac{180-175}{3'79}\right) =$

$= P(-1'32 \leq Z \leq 1'32) = P(Z \leq 1'32) - P(Z \leq -1'32) =$

$= P(Z \leq 1'32) - 1 + P(Z \leq 1'32) = 2\,P(Z \leq 1'32) - 1 =$

$= 2 \cdot 0'9066 - 1 = 0'8132$