EXAMEN 2ºA MATEMÁTICAS APLIC II

SOLUCIÓN Salvo error u omisión 9-2-10

(1º) a/ $\alpha = 0'17 \Rightarrow 1-\alpha = 0'83$

$\frac{\alpha}{2} = 0'085 \qquad P(z \geq z_{\alpha/2}) = 0'085 \Rightarrow P(z \leq z_{\alpha/2}) = 1-0'085$

$\Rightarrow P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0'915 \Rightarrow z_0 \underset{\text{tabla}}{=} 1'37$

b/ $1-\alpha = 0'96 \Rightarrow \alpha = 0'04 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'02$

$P(z \geq z_{\alpha/2}) = 0'02 \Rightarrow P(z \leq z_{\alpha/2}) = 1-0'02 = 0'98 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2'05$

Por tanto en $N(0,1)$ $I = (-2'05, 2'05)$

en $N(27,3)$ $I = (x_1, x_2)$ donde

$$\left.\begin{array}{l} \frac{x_1 - 27}{3} = -2'05 \Rightarrow x_1 = 20'85 \\ \frac{x_2 - 27}{3} = 2'05 \Rightarrow x_2 = 33'15 \end{array}\right\} \Rightarrow I = (20'85, 33'15)$$

(2º) $p_i \sim N(27,3)$

$n = 0'3$

Por el Teorema Central del Límite y por seguir los pesos una normal, sé que las sumas de muestras de tamaño 100 siguen una distribución como la siguiente

$$\Sigma p_i \sim N(n \cdot \mu, \sqrt{n} \cdot \sigma) = N(250, 3)$$

a/ $P(\Sigma p_i \geq 255) = P\left(z \geq \frac{255-250}{3}\right) = P(z \geq 1'67) =$

$= 1 - P(z \leq 1'67) = 1 - 0'9525 = 0'0475$

b/ para $1-\alpha = 0'9$ $z_{\alpha/2} = 1'645$

$I = \left(\mu \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ y luego que

$I = (250 - 1'645 \cdot 3, 250 + 1'645 \cdot 3) = (245'065, 254'935)$ (1/4)

③ $\sigma^2 = 64 \Rightarrow \sigma = \sqrt{64} = 8$

$E = 3'5$

$1-\alpha = 0'99 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2'575$

Sé que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ por tanto

$$2'575 \cdot \frac{8}{\sqrt{n}} = 3'5 \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2'575 \cdot 8}{3'5} = 5'89$$

$\Rightarrow n = 34'64$

Por tanto debo elegir muestras de tamaño mayor o igual a 35

④ $I = [34, 40]$

$n = 49$

$1-\alpha = 0'95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

a/ $\bar{x} = \frac{34+40}{2} = 37$

b/ Sé que $E = 40-37 = 3$ y que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ por tanto

$$1'96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{49}} = 3 \Rightarrow \sigma = \frac{3 \cdot \sqrt{49}}{1'96} = 10'71$$

c/ Hecho al final.

⑤ $n = 81$

$1-\alpha = 0'99 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2'575$

Por el Teorema Central del Límite y por seguir el peso de los alumnos una normal, sé que el intervalo característico es

$$I = \left(\mu - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

en nuestro caso

$$\left(\mu - 2'575 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{81}}, \mu + 2'575 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{81}}\right) =$$

$$(\mu - 0'287\cdot\sigma,\ \mu + 0'287\cdot\sigma)$$

El enunciado dice que es $(166, 170)$

Por tanto

$$\left.\begin{array}{l} \mu - 0'287\,\sigma = 166 \\ \mu + 0'287\,\sigma = 170 \end{array}\right\} -$$

$$\overline{\qquad 0'574\,\sigma = 4 \qquad}$$

$$\sigma = \frac{4}{0'574} = 6'97 \Rightarrow \mu = 166 + 0'287\cdot 6'97 = 168$$

es decir $\mu = 168$ y $\sigma = 6'97$

⑥ $\mu = 20$

$\sigma^2 = 36 \Rightarrow \sigma = 6$

$n = 64$

Por el Teorema Central del Límite y por ser el tamaño de la muestra mayor que 30 sé que la media de las muestras se distribuye.

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(20, \frac{6}{\sqrt{64}}\right) = N(20, 0'75)$$

a/ $P(\bar{X} \leq 19) = P\left(Z \leq \frac{19-20}{0'75}\right) = P(Z \leq -1'33) =$

$= P(Z \geq 1'33) = 1 - P(Z \leq 1'33) = 1 - 0'9082 = 0'0918$

b/ $P(20'5 \leq \bar{X} \leq 21'5) = P\left(\frac{20'5-20}{0'75} \leq Z \leq \frac{21'5-20}{0'75}\right) =$

$= P(0'67 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq 0'67) = 0'9772 - 0'7486 =$

$= 0'2286$

7º $\sigma = 2$

$1-\alpha = 0'95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$E = 1$

Sé que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1'96 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = 1$

$\Rightarrow \sqrt{n} = 1'96 \cdot 2 = 3'2 \Rightarrow n = 10'24$

Tendré que tomar muestras de tamaño mayor o igual a 11

8º $n = 10000$

$\bar{X} = 5$

$\sigma = 2$

a/ para $1-\alpha = 0'8 \Rightarrow \alpha = 0'2 \Rightarrow \alpha/2 = 0'1$

$P(z \geq z_{\alpha/2}) = 0'1 \Rightarrow P(z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - 0'1 = 0'9 \Rightarrow$

$\Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'28$

Por tanto $I = \left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \left(5 \pm 1'28 \cdot \frac{2}{\sqrt{10.000}}\right) = (4'9744, 5'0256)$

b/ $E = 0'25$

$1-\alpha = 0'95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

Sé que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0'25 = 1'96 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1'96 \cdot 2}{0'25} = 15'68 \Rightarrow n = 245'86$

Tendré que entrevistar a 246 personas como mínimo

4º c/ $1-\alpha = 0'85 \Rightarrow \alpha = 0'15 \Rightarrow \alpha/2 = 0'075 \Rightarrow P(z \geq z_{\alpha/2}) = 0'075 \Rightarrow$

$\Rightarrow P(z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - 0'075 = 0'925 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'44$

$I = \left(\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(37 \pm 1'44 \cdot \frac{10'71}{\sqrt{49}}\right) = (34'7968, 39'2032)$