EXAMEN 2°C MAT. APLIC. II

SOLUCIÓN *Salvo error u omisión* 3-3-11

1° a/ En primer lugar numerará a los viajeros, en segundo lugar elegirá a uno al azar (por ejemplo por sorteo). Dado que $\frac{300}{75} = 4$ (coeficiente de elevación), a partir del viajero elegido seguirá eligiendo de cuatro en cuatro (después del 300 seguiría el 1) hasta completar la revisión de billetes de los 75 viajeros

b/ i/ La población es el conjunto de ciudadanos inscritos en el censo (valdría decir los mayores de 18 años o los que tienen derecho al voto)

ii/ La muestra son los 2000 ciudadanos telefoneados

iii/ No es aleatoria pues excluye a los ciudadanos sin teléfono

iv/ No se puede calcular la media pues la variable es cualitativa

2° $\sigma = 1'5$. Calculo la media muestral

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{50}{10} = 5 \text{ días}$$

a/ Sé que $I = \left(\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

para $1-\alpha = 0'9$ sé que $z_{\alpha/2} = 1'645$, por tanto

$$I = \left(5 \pm 1'645 \cdot \frac{1'5}{\sqrt{10}}\right) = (5 \pm 0'78) = (4'22, 5'78)$$

b/ Sé que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ por tanto

$$1'645 \cdot \frac{1'5}{\sqrt{n}} = 0'5 \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1'645 \cdot 1'5}{0'5} = 4'935 \Rightarrow n = 24'35$$

La muestra deberá ser de 25 empleados

③ $\mu = 3'25$ Kg $\sigma = 0'8$ Kg $n = 64$

a/ Por el teorema central del límite, y por ser el tamaño muestral mayor de 30, sé que

$$\bar{x} = \mu = 3'25$$

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0'8}{\sqrt{64}} = 0'1$$

b/ Sé que $\bar{x} \rightsquigarrow N(3'21, 0'1)$. Calculo

$$P(3'3 \leq \bar{x} \leq 3'5) = P\left(\frac{3'3-3'25}{0'1} \leq z \leq \frac{3'5-3'25}{0'1}\right) =$$

$$= P(0'5 \leq z \leq 2'5) = P(z \leq 2'5) - P(z \leq 0'5) = 0'9938 - 0'6915 =$$

$$= 0'3023$$

④ Sea $x \equiv$ temperatura corporal de la especie

Sé que $x \rightsquigarrow N(36'7, 3'8)$

Por el teorema central del límite y por seguir x una normal sé que la temperatura media de las muestras de tamaño 100 sigue una $N\left(36'7, \frac{3'8}{\sqrt{100}}\right)$, es decir, una $N(36'7, 0'38)$

a/ $P(\bar{x} \leq 36'9) = P\left(z \leq \frac{36'9-36'7}{0'38}\right) = P(z \leq 0'53) =$

$= 0'7019$

b/ $P(36'5 \leq x \leq 37'3) = P\left(\frac{36'5-36'7}{0'38} \leq z \leq \frac{37'3-36'7}{0'38}\right) =$

$= P(-0'53 \leq z \leq 1'58) = P(z \leq 1'58) - P(z \leq -0'53) =$

$= P(z \leq 1'58) - P(z \geq 0'53) = P(z \leq 1'58) - (1 - P(z \leq 0'53)) =$

$= P(z \leq 1'58) + P(z \leq 0'53) - 1 = 0'9429 + 0'7019 - 1 =$

$= 0'6448$

(5°) Calculo la media y la desviación típica de la muestra $(19'2,\ 19'4,\ 18'4,\ 18'6,\ 20'5,\ 20'8)$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{116'9}{6} = 19'48 \text{ l.}$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{2282'41}{6} - \left(\frac{116'9}{6}\right)^2 = 0'80138 \text{ y por tanto}$$

$$s = \sqrt{0'80138} = 0'8952 \simeq 0'9$$

Para $1-\alpha = 0'975 \Rightarrow \alpha = 0'025 \Rightarrow \alpha/2 = 0'0125$

$$P(z \geq z_{\alpha/2}) = 0'0125 \Rightarrow P(z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - 0'0125 = 0'9875$$

$\Rightarrow z_{\alpha/2} = 2'24$ y por tanto

$$I = \left(\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = \left(19'48 \pm 2'24 \cdot \frac{0'9}{\sqrt{6}}\right) = \left(19'48 \pm 0'82\right) =$$

$$= \left(18'66,\ 20'3\right)$$

(6°) Sé que $\sigma^2 = 25 \Rightarrow \sigma = 5$.

Calculo la media de la muestra

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1664}{16} = 104$$

a/ La media de las muestras de tamaño 16, por seguir el precio de los productos una normal y por el teorema central del límite, se distribuyen según una $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(\mu, \frac{5}{\sqrt{16}}\right) = N\left(\mu, \frac{5}{4}\right)$

b/ para $1-\alpha = 0'95$ sé que $z_{\alpha/2} = 1'96$

$$I = \left(\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(104 \pm 1'96 \cdot \frac{5}{\sqrt{16}}\right) = \left(104 \pm 2'45\right) =$$

$$= \left(101'55,\ 106'45\right)$$

7º $\sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = 2$

a/ $n = 400$

$\overline{X} = 50$

$1-\alpha = 0'97 \Rightarrow \alpha = 0'03 \Rightarrow \alpha/2 = 0'015$, es decir

$P(z \geq z_{\alpha/2}) = 0'015 \Rightarrow P(z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - 0'015 = 0'985$

$\Rightarrow z_{\alpha/2} = 2'17$

$I = \left(\overline{X} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(50 \pm 2'17 \cdot \frac{2}{\sqrt{400}}\right) = (50 \pm 0'217) =$

$= (49'783, \ 50'217)$

b/ Si la amplitud del intervalo es 1, el error es 0'5.

Sé que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2'17 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = 0'5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2'17 \cdot 2}{0'5} = 8'68 \Rightarrow n = 75'34$

La muestra mínima sería de 76.

8º $\mu = 6'20$ € $\quad \sigma = 1'9$ € $\quad n = 60$

a/ Por el teorema central del límite y por ser $n \geq 30$, la distribución de $\overline{X}$ es $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(6'2, \frac{1'9}{\sqrt{60}}\right)$

$= N(6'2, 0'25)$

b/ $P(\overline{X} \geq 7) = P\left(z \geq \frac{7 - 6'2}{0'25}\right) = P(z \geq 3'2) = 1 - P(z \leq 3'2) =$

$= 1 - 1 = 0$ (con la tabla que manejamos)

c/ Con una muestra de 28 estudiantes no podemos saber cómo se distribuye la media del gasto por no poder aplicar el teorema central del límite y por tanto no podríamos contestar b/