EXAMEN 2ºA MAT. APLIC. CCSS II

SOLUCIÓN (salvo error u omisión) 23-02-06

1º

	POBLACIÓN	MUESTRA
TAXISTAS	50	2
CAMIONEROS	75	3
BUSEROS	25	1
> 20 AÑOS	250	10
ENTRE 5 Y 20	425	17
< 5	175	7

Hago el caso de los taxistas:
50 es el $\frac{50 \cdot 100}{1000} = 5\%$ de 1000, por tanto calculo el 5 % de 40 obteniendo 2 taxistas, que serán los que elija en la muestra

Operando de forma análoga se completa la tabla

2º a/ Elijo de forma aleatoria (por ejemplo por sorteo) 100 números de entre el 1 y el 1300. Escogeré a los estudiantes que correspondan a esos números.

b/ Calculo el coeficiente de elevación, que es $\frac{1300}{100} = 13$.

Elijo al azar un número del 1 al 13 (calculadora, etc), por ejemplo el 8, y elijo a los estudiantes cuyos números sean:

8, 21, 34, 47, 60, ... (voy sumando 13 cada vez)

3º a/ $P(z \le 1'58) \overset{\text{tabla}}{=} 0'9429$

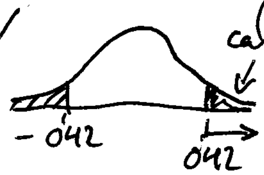
b/ $P(z \ge -1'33) = P(z \le 1'33) \overset{\text{tabla}}{=} 0'9082$

c/ $P(z \le -0'42) = P(z \ge 0'42) = 1 - P(z \le 0'42) \overset{\text{tabla}}{=} 1 - 0'6628 = 0'3372$

d/ $P(z \ge 0'95) = 1 - P(z \le 0'95) = 1 - 0'8289 \overset{\text{tabla}}{=} 0'1711$

Por supuesto se puede hacer también con un dibujo por ejemplo

c/ calculo este área



$1 - P(z \le 0'42) = 0'3372$

4° a/ $P(-2'01 \le z \le 0'17) = P(z \le 0'17) - P(z \le -2'01) =$

$= P(z \le 0'17) - P(z \ge 2'01) = P(z \le 0'17) - (1 - P(z \le 2'01)) \overset{\text{tabla}}{=}$

$= 0'5675 - (1 - 0'9718) = 0'5393$

b/ $P(0'05 \le z \le 1'49) = P(z \le 1'49) - P(z \le 0'05) \overset{\text{tabla}}{=}$

$= 0'9319 - 0'5199 = 0'412$

5° $X \rightsquigarrow N(12'7, 3'5)$

a/ $P(7'3 \le x \le 9'25) \underset{\text{tipifico}}{=} P\left(\frac{7'3 - 12'7}{3'5} \le z \le \frac{9'25 - 12'7}{3'5}\right) =$

$= P(-1'54 \le z \le -0'99) = P(z \le -0'99) - P(z \le -1'54) =$

$= P(z \ge 0'99) - P(z \ge 1'54) = 1 - P(z \le 0'99) - (1 - P(z \le 1'54)) \overset{\text{tabla}}{=}$

$= 1 - 0'8389 - (1 - 0'9382) = 0'9382 - 0'8389 = 0'0993$

b/ $P(x \ge K) = 0'9$

Veo la tabla de $N(0,1)$

$P(z \ge k) = 0'9 \Rightarrow$

Busco en la tabla

$0'9 \leftarrow 1'28$

por ~~tanto~~ $z = -1'28$

y destipifico

$\frac{K - 12'7}{3'5} = -1'28 \Rightarrow K = -1'28 \cdot 3'5 + 12'7 = 8'22$

6° a/ $P(x \ge K) = 0'99$ $\qquad X \rightsquigarrow N(107, 4)$

Busco en la tabla $N(0,1)$

$0'99 \leftarrow 2'33$ por ~~tanto~~ $z = -2'33$ y tengo que

$\frac{K - 107}{4} = -2'33 \Rightarrow K = 97'68$

b/ $P(X \leq K) = 0'03$ $\qquad X \sim N(5, 1'5)$

En $N(0,1)$ Busco K' / $P(Z \leq K') = 0'03 \Rightarrow K' = -1'88$

0'03 $\quad$ 0'97 $\rightarrow$ 1'88 (visto en la tabla)

y por ~~tanto~~ destipificando

$$\frac{K-5}{1'5} = -1'88 \Rightarrow K = 2'18$$

c/ $P(X \geq 83) = K$ $\qquad X \sim N(87, 12)$

tipifico

$$P\left(Z \geq \frac{83-87}{12}\right) = P(Z \geq -0'33) = P(Z \leq 0'33) \overset{\text{tabla}}{\approx} 0'6293 = K$$

d/ $P(X \leq 0'03) = K$ $\qquad X \sim N(0'1, 0'05)$

tipifico

$$P\left(Z \leq \frac{0'03-0'1}{0'05}\right) = P(Z \leq -1'4) = P(Z \geq 1'4) = 1 - P(Z \leq 1'4) \overset{\text{tabla}}{\approx}$$
$$= 1 - 0'9192 = 0'0808$$

7º Me piden el intervalo característico para $1-\alpha = 0'9$ en una $N(72, 9)$ (Nota; busco el intervalo con centro la media, realmente habría más soluciones, pero este es el más sencillo)

En $N(0,1)$

$$1-\alpha = 0'9 \Rightarrow \alpha = 0'1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'05 \Rightarrow Z_{0'05} = 1'645$$

(recuerdo que $Z_{0'05}$ es el valor que cumple $P(Z \geq Z_{0'05}) = 0'05$

por ~~tanto~~ para $N(0,1)$ $\quad I = (-1'645, 1'645)$

Destipifico

$$\frac{X_1 - 72}{9} = -1'645 \Rightarrow X_1 = 57'195$$

$$\frac{X_2 - 72}{9} = 1'645 \Rightarrow X_2 = 86'805$$ y el intervalo es

$$I = (57'195, 86'805)$$

8º $\alpha = 0'2 \qquad N(17,4)$

$\frac{\alpha}{2} = 0'1$ calculo $z_{0'1}$, es decir $P(z \geq z_{0'1}) = 0'1$

Busco en la tabla y $z_{0'1} = 1'28$

por ~~tanto~~ en $N(0,1) \qquad I = (-1'28, 1'28)$

y en $N(17,4)$

$$\frac{x_1 - 17}{4} = -1'28 \Rightarrow x_1 = 11'88$$
$$\frac{x_2 - 17}{4} = 1'28 \Rightarrow x_2 = 22'12$$
$$\Rightarrow I = (11'88, 22'12)$$

9º En una $N(0,1) \qquad z_{\alpha/2} = z_{0'001} =$

$$P(z \geq z_{0'001}) = 0'001 \Rightarrow P(z \leq z_{0'001}) = 0'999 \Rightarrow z_{0'001} = 3'085$$

por ~~tanto~~ en una $N(10,3)$, será

$$\frac{x_{0'001} - 10}{3} = 3'085 \Rightarrow \underline{x_{0'001} = 19'255}$$

Lo cual significa que en una $N(10,3)$, la probabilidad de que un individuo no pertenezca al intervalo $(10 - 9'255, 10 + 9'255)$ es $0'002$

10º Calculo

$P(a > 170)$ con $a \sim N(165,12)$. Tipifico

$$P\left(z \geq \frac{170-165}{12}\right) = P(z \geq 0'42) = 1 - P(z \leq 0'42) = 1 - 0'6628 = 0'3372$$

Por otro lado

$P(p \leq 13)$ con $p \sim N(15,5)$. Tipifico

$$P\left(z \leq \frac{13-15}{5}\right) = P(z \leq -0'4) = P(z \geq 0'4) = 1 - P(z \leq 0'4) = 1 - 0'6554 = 0'3446$$

Como son independientes (recordad la definición !!!)

$$P((a > 70) \cap (p \leq 13)) = P(a > 70) \cdot P(p \leq 13) = 0'3372 \cdot 0'3446 = 0'1162$$