SIMULACRO 2ºA MAT. APLIC. II

4-12-08

1º Discutir y resolver

$$\left.\begin{aligned} ax \quad + 2z &= 0 \\ x + y + z &= 0 \\ 2x - y + az &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Veo Rango A

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & a \end{pmatrix} \qquad \text{Como } \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \Rightarrow \text{Rango } A \geq 2$$

$$|A| = a^2 - 2 - 4 + a = a^2 + a - 6$$

$\Rightarrow$ Si $a^2 + a - 6 = 0 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases} \Rightarrow$ Rango $A = 2$

Si $a \neq 2$ y $a \neq -3$ Rango $A = 3$

Veo Rango $\bar{A}$

El Rango $\bar{A}$ coincide con Rango A por ser un sist. homogéneo

Por el Teorema de Rouche-Frobenius

Si $a \neq -3$ y $a \neq 2$ Rango A = Rango $\bar{A}$ = nº incog $\Rightarrow$ SCD

Si $a = -3$ ó $a = 2$ Rango A = Rango $\bar{A}$ < nº incog $\Rightarrow$ SCI

Solución

Si $a \neq -3$ y $a \neq 2$ $(x,y,z) = (0,0,0)$ por ser sistema homogéneo (solución trivial)

Si $a = -3$

$$\left.\begin{aligned} -3x + 2z &= 0 \\ x + y + z &= 0 \end{aligned}\right\} \quad z = \lambda \Rightarrow x = \frac{2\lambda}{3} \Rightarrow y = -x - z \Rightarrow y = -\frac{2\lambda}{3} - \lambda = \frac{-5\lambda}{3}$$

$$(x,y,z) = \left(\frac{2\lambda}{3}, \frac{-5\lambda}{3}, \lambda\right) \;/\; \lambda \in \mathbb{R}$$

Si $a = 2$

$$\left.\begin{aligned} 2x + 2z &= 0 \\ x + y + z &= 0 \end{aligned}\right\} \quad z = \lambda \Rightarrow x = -\lambda \Rightarrow y = -x - z \Rightarrow y = \lambda - \lambda = 0$$

$$(x,y,z) = (-\lambda, 0, \lambda) \;/\; \lambda \in \mathbb{R}$$

Una confitería es famosa por sus dos especialidades en tartas: la tarta Imperial y la tarta de Lima.

La tarta Imperial requiere para su elaboración medio kilo de azúcar y 8 huevos y tiene un precio de venta de 8 €.

La tarta de Lima necesita 1 kilo de azúcar y 8 huevos, y tiene un precio de venta de 10 €.

En el almacén les quedan 10 kilos de azúcar y 120 huevos.

a) ¿Qué combinaciones de especialidades pueden hacer?

Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones.

b) ¿Cuántas unidades de cada especialidad han de producirse para obtener el mayor ingreso por ventas?

2º Sea $x \equiv$ nº tartas Imperial
$y \equiv$ nº tartas Lima

	AZUCAR	HUEVOS
x	1/2	8
y	1	8

Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}x + y \leq 10 \\ 8x + 8y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x + 2y \leq 20 \\ x + y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

La función de ganancias es $f(x,y) = 8x + 10y$

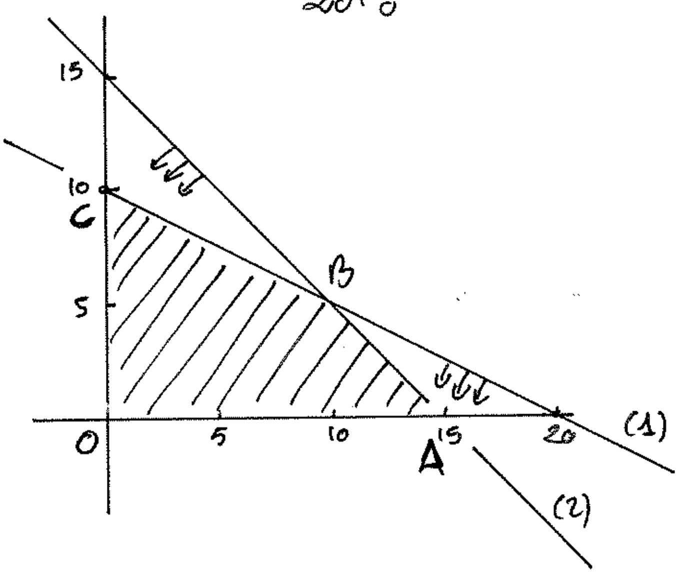
Represento

(1) $x + 2y = 20$

x	y
0	10
20	0

(2) $x + y = 15$

x	y
0	15
15	0



Calculo los vértices

A = (15, 0)

B = (1) ∩ (2)

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 20 \\ x + y = 15 \end{array}\right\}$$

resto $y = 5 \Rightarrow x = 10$ $(10, 5)$

C = (0, 10)

D = (0, 0)

a/ Puedo hacer cualquier combinación que cumpla las restricciones anteriores con valores naturales, es decir, cualquier pareja de nºs naturales que esté en el recinto

b/ Evalúo los vértices en $f(x,y)$

A → $f(15,0) = 15 \cdot 8 = 120$

B → $f(10,5) = 80 + 50 = 130$ ← Máximo.

C → $f(0,10) = 100$

D → $f(0,0) = 0$

El máximo ingreso lo obtendré con 10 tartas Imperiales y 5 de Lima