RECUPERACIÓN 1ª EVALUACIÓN — 2º A — MAT. APLIC. II

SOLUCIÓN Salvo error u omisión — 24-1-12

1º
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & p \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ p \end{pmatrix}$$

Veo el rango de A

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \neq 0 \Rightarrow \text{Rango } A \geq 2$$

$$|A| = -2+2+p-(2+1-2p) = 3p-3$$

si $3p-3=0 \Rightarrow p=1 \Rightarrow$ Rango $A = 2$

si $p \neq 1 \Rightarrow$ Rango $A = 3$

Veo rango de $\bar{A}$

si $p \neq 1 \Rightarrow$ Rango $\bar{A} = 3$

si $p=1$

$$\bar{A} = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \end{matrix} \end{array}$$

Calculo el det. dado por C_1, C_2 y C_4

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -6 \neq 0$$

$\Rightarrow$ Rango $\bar{A} = 3$

Por el teorema de Rouche-Frobenius

si $p \neq 1$

Rango A = Rango $\bar{A}$ = nº incog. $\Rightarrow$ SCDet.

si $p=1$

Rango A < Rango $\bar{A}$ $\Rightarrow$ SIncomp.

b/ si $p=2$ es un SC.Det. Resuelvo por Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2+F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & -3 \\ 0 & -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_3+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=0 \\ y+z=-1 \\ z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$z=-1 \Rightarrow y=0 \Rightarrow x=1$

Solución $(x,y,z)=(1,0,-1)$

2º Sean $x \equiv$ nº de almohadas
$y \equiv$ nº de mantas
$z \equiv$ nº de edredones.

Tengo que:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=200 \\ 16x+50y+80z=7500 \\ x=y+z \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=200 \\ 8x+25y+40z=3750 \\ x-y-z=0 \end{array}\right\} \text{ Resuelvo por Gauss}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 8 & 25 & 40 & 3750 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-8F_1} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 17 & 32 & 2150 \\ 0 & -2 & -2 & -200 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{17F_3+2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 17 & -4 & 2150 \\ 0 & 0 & 30 & 900 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{array}{r} x+y+z=200 \\ 17y-4z=2150 \\ z=30 \end{array}$$

$\Rightarrow y=70 \Rightarrow x=100$

El hotel ha comprado 100 almohadas, 70 mantas y 30 edredones

3º a/ Calculo $|A|$

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & x & x \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -2x - (-3x) = x$$

Si $x \neq 0$ la matriz A tiene inversa

b/ Calculo A^{-1} para $x = 1$

Si $x = 1 \Rightarrow |A| = 1$

$$(Adj) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 9 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{(Adj)^t}{|A|} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 1 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

Por tanto $AX = B \Rightarrow A^{-1} A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow$

$\Rightarrow I \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 1 & 9 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

4º Sean $x \equiv$ nº estudiantes curso Básico
$y \equiv$ " " " avanzado

Tengo

$$\left.\begin{array}{r} 20 \leq x \leq 65 \\ 20 \leq y \leq 40 \\ x + y \leq 100 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

función de ganancia

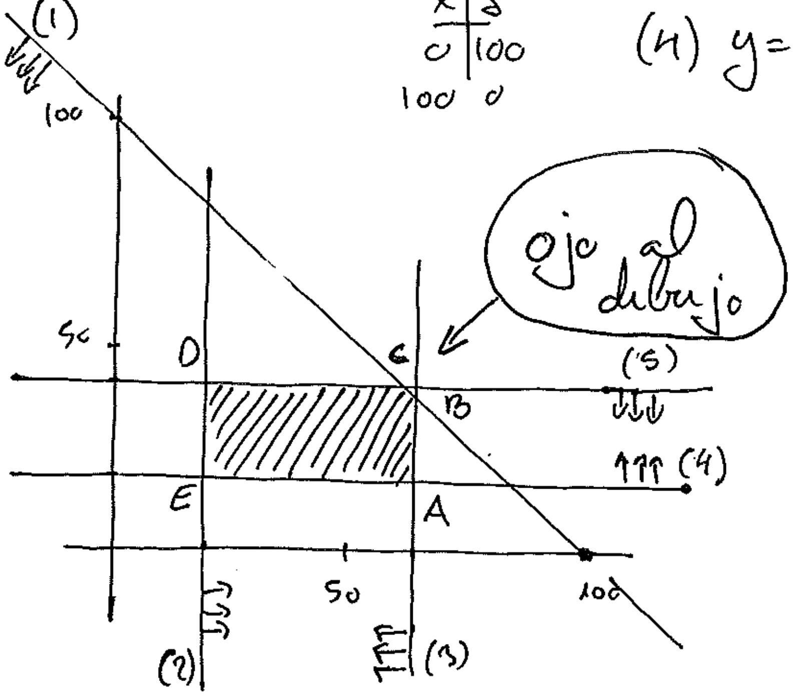
$G(x,y) = 145x + 150y$

Represento

(1) $x+y=100$ (2) $x=20$ (3) $x=65$

x	y
0	100
100	0

(4) $y=20$ (5) $y=40$



Calculo los vértices

A $(4)\cap(3) \Rightarrow (65,20)$

B $(1)\cap(3)$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=100 \\ x=65 \end{array}\right\} \Rightarrow (65,35)$$

C $(1)\cap(5)$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=100 \\ y=40 \end{array}\right\} \Rightarrow (60,40)$$

D $(2)\cap(5) \Rightarrow (20,40)$ E $(2)\cap(4) \Rightarrow (20,20)$

Evalúo los vértices

A $G(65,20) = 9595$

B $G(65,35) = 14675$

C $G(60,40) = 14700$ ← máximo.

D $G(20,40) = 8900$

E $G(20,20) = 5900$

El máximo beneficio se alcanza con 60 estudiantes en el nivel básico y 40 en el avanzado

5°

$$\left.\begin{array}{r} y \geq x \\ y \leq 2x \\ x \leq 30 \\ y \leq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x-y \leq 0 \\ 2x-y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 20 \end{array}\right\}$$

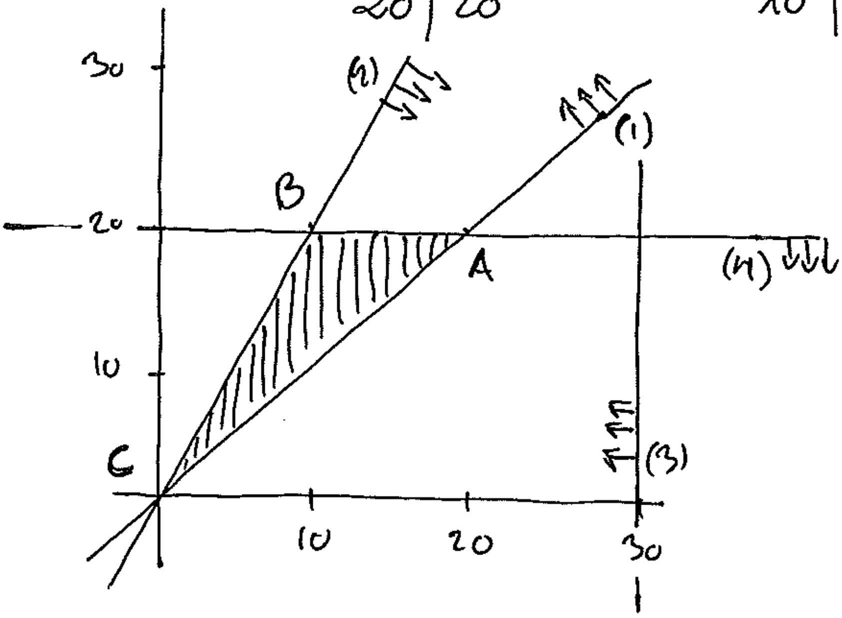
Represento

(1) $x-y=0$ (2) $2x-y=0$ (3) $x=30$

(4) $y=20$

x	y
0	0
20	20

x	y
0	0
10	20



Calculo vértices

$A = (1) \cap (4)$

$\left.\begin{array}{l} x-y=0 \\ y=20 \end{array}\right\} (20,20)$

$B = (2) \cap (4)$

$\left.\begin{array}{l} 2x-y=0 \\ y=20 \end{array}\right\} (10,20)$

$C = (0,0)$

Evalúo

$f(x,y) = 250x + 200y$

A $f(20,20) = 9000$ ← MÁXIMO

B $f(10,20) = 6500$

C $f(0,0) = 0$

El máximo se alcanza en el punto $(20,20)$