

SOLUCIÓN

Salvo error u omisión

7-11-11

① Sean $x = \text{edad de Autolín}$

$y = \text{edad de Jerónimo}$

$z = \text{edad de Pancho.}$

Tengo que:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 42 + 3 \\ 3z - 2y = 2x - 7 \\ 2x + 2z = 5y - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y - 42 = 3 \\ 2x + 2y - 3z = 7 \\ -2x + 5y + 2z = -3 \end{cases}$$

Resuelvo por Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 2 & 2 & -3 & 7 \\ 2 & -5 & 2 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{matrix} F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{matrix}} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -8 & 6 & -6 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{F_3 - 8F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & -38 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ -y + z = 4 \\ 2z = 38 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 19 \Rightarrow y = 15 \Rightarrow x = 17$$

Por tanto Autolín tiene 17 años, Jerónimo tiene 15 y Pancho 19.

(1/3)

② a) Veo si puedo hacer el producto
 sea $a \times b$ la dimensión de X , tengo que
 $(a \times b) \cdot (3 \times 3) = 1 \times 3 \Rightarrow a=1$ y $b=3$
 Si puedo calcular X .

Calculo A^{-1}

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ -6 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$(Adj) = \begin{pmatrix} |0-1| & -|2-1| & |20| \\ -|-10| & |12| & -|-6-1| \\ |12| & -|-60| & |11| \\ |0-1| & -|2-1| & |11| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -2 \\ -2 & 12 & -5 \\ -1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

↓ tengo que

$$A^{-1} = \frac{(Adj)^T}{|A|} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 6 & 12 & 5 \\ -2 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

2) decir:

$$X \cdot A = (1 \ 0 \ -1) \Rightarrow X \cdot A \cdot A^{-1} = (1 \ 0 \ -1) \cdot A^{-1} =$$

$$\Rightarrow X = (1 \ 0 \ -1) \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 6 & 12 & 5 \\ -2 & -5 & -2 \end{pmatrix} = (1 \ 3 \ 1)$$

b) Por un razonamiento análogo a a) sé
 que la dimensión de Y es 3×3 , y tengo que

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 6 & 12 & 5 \\ -2 & -5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -7 & -3 \\ 6 & 12 & 5 \end{pmatrix}$$

(2/3)

$$\textcircled{3c} \quad \begin{cases} 2A + B = X \\ A - 3B = Y \end{cases}$$

$$\text{Con } X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Por reducción tengo que

$$\begin{array}{rcl} E_{c1} & 2A + B = X & 3E_{c1} & 6A + 3B = 3X \\ E_{c2} & 2A - 6B = 2Y & E_{c2} & A - 3B = Y \\ \hline & 7B = X - 2Y & & 7A = 3X + Y \\ & B = \frac{X - 2Y}{7} & & A = \frac{3X + Y}{7} \end{array}$$

y por tanto

$$A = \frac{1}{7} \left(3 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -1/7 & 3/7 & 4/7 \\ -4/7 & 3/7 & -1/7 \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{1}{7} \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 9/7 & 8/7 & 6/7 \\ 1/7 & 1/7 & 2/7 \end{pmatrix}$$

(3/3)