

SOLUCIÓN

Salvo error u omisión

14-10-09

1º Sean $x \equiv$ dinero al ppio del 1º jugador
 $y \equiv$ " " " " 2º "
 $z \equiv$ " " " " 3º "

Reproduco la partida

INICIO	PIERDE 1º	PIERDE 2º	PIERDE 3º
x	$x - y - z$	$3x - 2y - 2z$	$4x - 4y - 4z$
y	$2y$	$2y - (x - y - z) - 2z = -x + 3y - z$	$-2x + 6y - 2z$
z	$2z$	$4z$	$4z - (2x - 2y - 2z) - (-x + 3y - z) = -x - y + 7z$

Como terminan con 24 €

$$\left. \begin{array}{l} 4x - 4y - 4z = 24 \\ -2x + 6y - 2z = 24 \\ -x - y + 7z = 24 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y - z = 6 \\ -x + 3y - z = 12 \\ -x - y + 7z = 24 \end{array} \right\}$$

Aplico Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 6 \\ -1 & 3 & -1 & 12 \\ -1 & -1 & 7 & 24 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 + F_1 \\ F_3 + F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 6 \\ 0 & 2 & -2 & 18 \\ 0 & -2 & 6 & 30 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 6 \\ 0 & 2 & -2 & 18 \\ 0 & 0 & 4 & 48 \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} x - y - z = 6 \\ 2y - 2z = 18 \\ 4z = 48 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = 6 + 21 + 12 = 39 \\ y = \frac{1}{2}(18 + 24) = \frac{42}{2} = 21 \\ z = 12 \end{array}$$

Terminan 39, 21 y 12 euros respectivamente

2°

$$\left. \begin{aligned} x + y + 2z &= 3 \\ x + 2y + 3z &= 5 \\ x + 3y + mz &= 7 \end{aligned} \right\}$$

Aplico Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & m & 7 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & m-2 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 2F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & m-4 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left. \begin{aligned} x + y + 2z &= 3 \\ y + z &= 2 \\ (m-4)z &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Discuto

si $m-4=0 \Rightarrow m=4$ la última ecuación sería $0=0$ y por tanto S. Comp. Indet.

si $m \neq 4$ S. Comp. Det.

Resolvo

si $m \neq 4$

$$\left. \begin{aligned} x + y + 2z &= 3 \\ y + z &= 2 \\ (m-4)z &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} x &= 3 - 2 = 1 \\ y &= 2 \\ z &= 0 \end{aligned}$$

Solución $(x, y, z) = (1, 2, 0)$

si $m=4$

$$\left. \begin{aligned} x + y + 2z &= 3 \\ y + z &= 2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} z &= \lambda \\ y &= 2 - \lambda \\ x &= 3 - y - 2z = 3 - (2 - \lambda) - 2\lambda = 1 - \lambda \end{aligned}$$

Solución $(x, y, z) = (1 - \lambda, 2 - \lambda, \lambda) / \lambda \in \mathbb{R} \quad (2/3)$

3°

$$X - B^2 = A \cdot B$$

$$X = A \cdot B + B^2$$

$$X = (A+B) \cdot B$$

Calculo $A+B$

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

y por tanto

$$X = (A+B) \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(3/3)