EXAMEN 2º A MAT. APLIC. CCSS II

SOLUCIONES (Salvo error u omisión) 15-12-05

1º

$$\left.\begin{array}{l} 3x+y\geq 3 \\ x+y\leq 5 \\ x\geq -2 \\ y\leq 10 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

Doy valores para representar las rectas

(1) $3x+y=3$

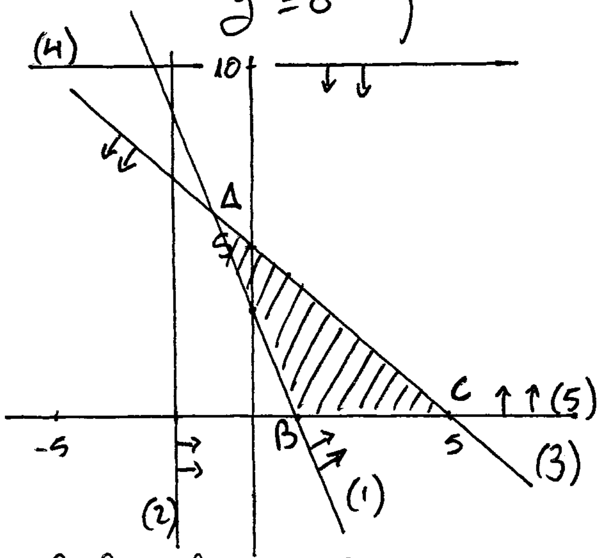
x	y
0	3
1	0

(2) $x+y=5$

x	y
0	5
5	0

(3) $x=-2$ (4) $y=10$

(5) $y=0$



Se ve que la región factible es la parte rayada del dibujo.

Calculo los vértices

A es $(1)\cap(3)$

$$\begin{array}{r} 3x+y=3 \\ -\quad x+y=5 \\ \hline 2x=-2 \end{array}$$

$x=-1 \Rightarrow y=6$

B es el punto $(1,0)$

C es el punto $(5,0)$.

Sustituyo en $F(x,y)=3x+4y$

$$\left.\begin{array}{l} F(-1,6)=-3+24=21 \\ F(1,0)=3 \\ F(5,0)=15 \end{array}\right\} \Rightarrow$$ El máximo se alcanza en el punto $(-1,6)$ y el mínimo en $(1,0)$

2º

	NARANJAS	MANZANAS	PLÁTANOS
Lote A	1	2	1
Lote B	2	1	1

Total 800 Kg de naranjas, 800 Kg de manzanas y 500 de plátanos

Sea $x \equiv$ número de lotes tipo A

$y \equiv$ " " " " B

Se tienen las restricciones

$$\left.\begin{array}{l} x+2y \leq 800 \\ 2x+y \leq 800 \\ x+y \leq 500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

y la función de ganancias $F(x,y) = 120x + 140y$

Represento las rectas:

(1) $x+2y = 800$

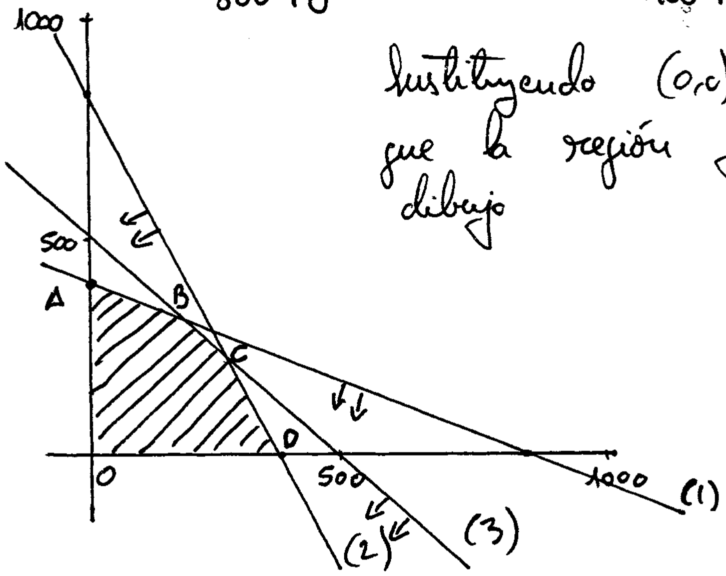
x	y
0	400
800	0

(2) $2x+y = 800$

x	y
0	800
400	0

(3) $x+y = 500$

x	y
0	500
500	0



Sustituyendo (0,0) en las inecuaciones se ve que la región factible es la rayada en el dibujo

Calculo los vértices

$A = (0,400)$

B es $(1)\cap(3)$

$$\begin{array}{r} x+2y = 800 \\ - \quad x+y = 500 \\ \hline y = 300 \Rightarrow x = 200 \end{array}$$

C es $(2)\cap(3)$

$$\begin{array}{r} 2x+y = 800 \\ - \quad x+y = 500 \\ \hline x = 300 \Rightarrow y = 200 \end{array}$$

$D = (400,0)$

Los sustituyo en $F(x,y)$

$F(0,400) = 140 \cdot 400 = 56000$

$F(200,300) = 120 \cdot 200 + 140 \cdot 300 = 66000$

$F(300,200) = 120 \cdot 300 + 140 \cdot 200 = 64000$

$F(400,0) = 120 \cdot 400 = 48000$

Por tanto

a/ El máximo beneficio se obtiene formando 200 lotes tipo A y 300 tipo B

b/ El beneficio es de 66.000 ptas

(3°) La región es

$$\left.\begin{array}{l} \frac{x}{10}+\frac{y}{8} \le 1 \\ \frac{x}{5}+\frac{y}{8} \ge 1 \\ \frac{x}{10}+\frac{y}{4} \ge 1 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{array}\right\}$$

a/ Represento las rectas

(1) $\frac{x}{10}+\frac{y}{8}=1$

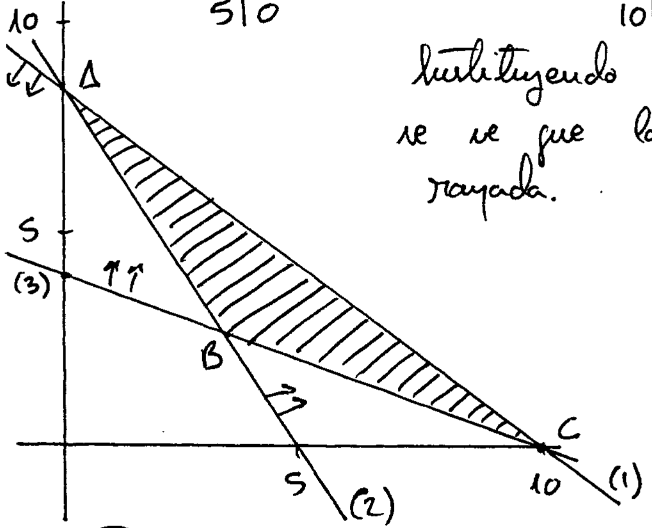
x	y
0	8
10	0

(2) $\frac{x}{5}+\frac{y}{8}=1$

x	y
0	8
5	0

(3) $\frac{x}{10}+\frac{y}{4}=1$

x	y
0	4
10	0



Sustituyendo el origen en las inecuaciones se ve que la región factible es la zona rayada.

Calculo los vértices:

A es el punto $(0,8)$

C es el punto $(10,0)$

B es $(2) \cap (3)$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{x}{5}+\frac{y}{8}=1 \\ \frac{x}{10}+\frac{y}{4}=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 8x+5y=40 \\ 4x+10y=40 \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 8x+5y=40 \\ 8x+20y=80 \end{array}\right\}$$

$$15y=40 \Rightarrow y=\frac{40}{15}=\frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow x=\frac{10}{3}$$

por ~~tanto~~ C es $\left(\frac{10}{3},\frac{8}{3}\right)$

b/ Sustituyo en $F(x,y)=4x+5y$

$$\left.\begin{array}{l} F(0,8)=5\cdot 8=40 \\ F(10,0)=10\cdot 4=40 \\ F\left(\frac{10}{3},\frac{8}{3}\right)=\frac{40}{3}+\frac{40}{3}=\frac{80}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

el mínimo se alcanza en el punto $\left(\frac{10}{3},\frac{8}{3}\right)$

(4°) Sean $x \equiv$ nº de productos que la tienda A envía a la fábrica 1

$y =$ nº de productos que la tienda B envía a la fábrica 1

Se tiene que, con los datos del problema:

	TA	TB	TC	
F1	x	y	$800-x-y$	800
F2	$1000-x$	$700-y$	$x+y-200$	1500
	1000	700	600	

Por tanto las restricciones del problema son:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 1000-x \geq 0 \\ 700-y \geq 0 \\ 800-x-y \geq 0 \\ x+y-200 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 1000 \\ y \leq 700 \\ x+y \leq 800 \\ x+y \geq 200 \end{array}\right\}$$

La función de ganancias es:

$$f(x,y) = 3x+7y+800-x-y+2(1000-x)+2(700-y)+$$
$$+6(x+y-200) = 3x+7y+800-x-y+2000-2x+1400-2y+$$
$$+6x+6y-1200 = 6x+10y+3000$$

Es decir $f(x,y) = 6x+10y+3000$

(5°) Sean $x \equiv$ nº de tarjetas de 16 Mb
$y \equiv$ " " " 32 Mb.

La función de ganancias es $f(x,y) = 45x+60y$

las restricciones son

$$\left.\begin{array}{l} 2x+3y \leq 300 \\ x+y \leq 125 \\ x \leq 90 \\ y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

Represento las rectas

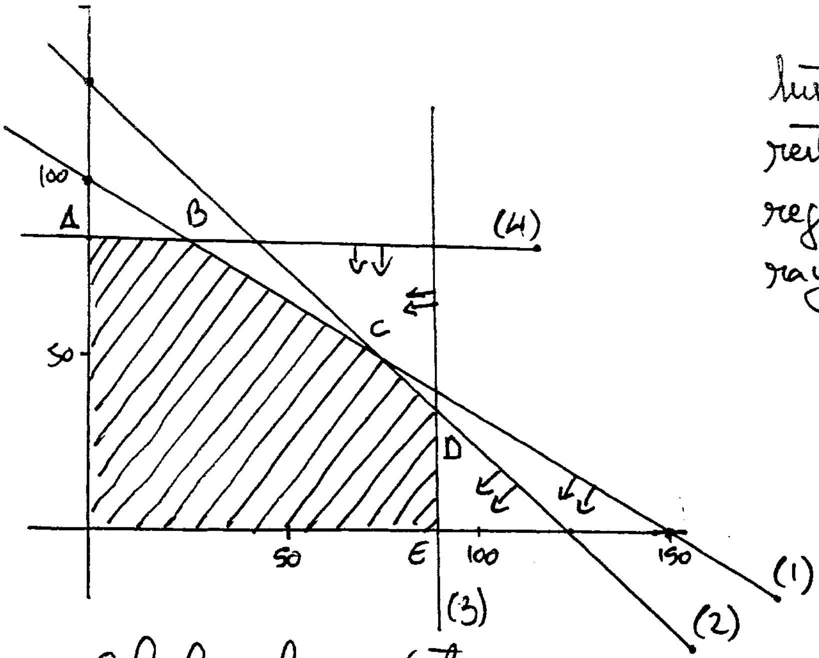
(1) $2x+3y=300$

x	y
0	100
150	0

(2) $x+y=125$

x	y
0	125
125	0

(3) $x=90$ (4) $y=80$



Sustituyendo el origen en las restricciones se ve que la región factible es la zona rayada.

Calculo los vértices

$A = (0,80)$ $B = (1) \cap (4)$

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 300 \\ y = 80 \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{300-240}{2} = 30 \qquad B = (30,80)$$

$C = (1) \cap (2)$

$$\left.\begin{array}{r} 2x+3y = 300 \\ x+y = 125 \end{array}\right\} \Rightarrow y = 125 - x \Rightarrow 2x + 3(125-x) = 300 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2x + 375 - 3x = 300 \Rightarrow x = 75 \Rightarrow y = 50$$

$C = (75, 50)$

$D = (2) \cap (3)$

$$\left.\begin{array}{r} x+y = 125 \\ x = 90 \end{array}\right\} \Rightarrow y = 125 - 90 = 35 \qquad D = (90, 35)$$

$E = (90,0)$. Los evalúo en la función de ganancias

$$\left.\begin{array}{l} f(0,80) = 60 \cdot 80 = 4800 \\ f(30,80) = 45 \cdot 30 + 80 \cdot 60 = 6150 \\ f(75,50) = 45 \cdot 75 + 50 \cdot 60 = 6375 \\ f(90,35) = 45 \cdot 90 + 35 \cdot 60 = 6150 \\ f(90,0) = 90 \cdot 45 = 4050 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

La ganancia máxima se obtiene produciendo 75 tarjetas de 16 Mb y 50 de 32 Mb.