

EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD

ESTADÍSTICA

Junio 2000

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En una comunidad autónoma se estudia el número medio de hijos por mujer a partir de los datos disponibles en cada municipio. Se supone que este número sigue una distribución normal con desviación típica igual a 0,08. El valor medio de estos datos para 36 municipios resulta ser igual a 1,17 hijos por mujer. Se desea contrastar, con un nivel de significación de 0,01, si el número medio de hijos por mujer en la comunidad es de 1,25.

- (a) Plantéense cuáles son la hipótesis nula y la alternativa en el contraste.
- (b) Determinése la región crítica del contraste.
- (c) ¿Es posible aceptar la hipótesis con el nivel de significación indicado?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Una variable aleatoria X tiene distribución normal siendo su desviación típica igual a 3.

- (a) Si se consideran muestras de tamaño 16, ¿qué distribución sigue la variable aleatoria media muestral?
- (b) Si se desea que la media de la muestra no difiera en más de 1 unidad de la media de la población, con probabilidad de 0,99; ¿cuántos elementos, como mínimo, se deberían tomar en la muestra?

Septiembre 2000

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El número de reclamaciones presentadas durante la campaña de Navidad en 9 tiendas de una empresa ha sido:

25 31 28 30 32 20 22 34 30.

Se acepta que estos números de reclamaciones siguen una distribución normal con desviación típica igual a 5. Se desea contrastar si el número medio de reclamaciones es 26, con un nivel de significación de 0,05.

- (a) Plantéense cuáles son la hipótesis nula y la alternativa en el contraste
- (b) Determinése la región crítica del contraste
- (c) ¿Es posible aceptar la hipótesis con el nivel de significación indicado?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que los gastos corrientes por empleado de los distintos departamentos de una empresa siguen una distribución normal con desviación típica 50.000 pts.

De los datos disponibles para 16 departamentos se ha obtenido un gasto medio por empleado de 225.000 pts. Determínese un intervalo de confianza al 99% para el gasto corriente medio por empleado en la empresa.

Junio 2001

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Un establecimiento vende paquetes de carbón para barbacoa de peso teórico 10 kg. Se supone que el peso de los paquetes sigue una distribución normal con desviación típica 1 kg. Para contrastar la citada hipótesis, frente a que el peso teórico sea distinto de 10 kg., se escogen al azar 4 paquetes que pesan en kg., respectivamente:

8, 10, 9, 8

Se desea que la probabilidad de aceptar la hipótesis nula, cuando ésta es cierta, sea 0,95. Se pide:

- (a) La región crítica del contraste.
- (b) ¿Se debe rechazar la hipótesis nula?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que el peso de las sandías de cierta variedad sigue una distribución normal con desviación típica de 1 kg. Se toma una muestra aleatoria de 100 sandías y se observa que el peso medio es de 6 kg.

- (a) Calcúlese un intervalo de confianza al 95% para el peso medio de esa variedad de sandía
- (b) ¿Puede aceptarse la hipótesis de que el verdadero peso medio de las sandías es de 5 kg. frente a que sea diferente, con un nivel de significación de 0,05?

Septiembre 2001

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2 puntos)

El peso de los perros adultos de una cierta raza es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con desviación típica 0,6 kg. Una muestra aleatoria de 30 animales ha dado un peso medio de 7,4 kg.

- (a) Calcúlese un intervalo de confianza al 99% para el peso medio de los perros adultos de esta raza.
- (b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra para tener una confianza del 95% de que la media muestral no se diferencie en más de 0,3 kg de la media de la población?

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2 puntos)

En un laboratorio se obtuvieron seis determinaciones del pH de una solución, con los resultados siguientes:

7,91 7,94 7,90 7,93 7,89 7,91

Se supone que la población de todas las determinaciones del pH de la solución tiene una distribución normal de media desconocida con desviación típica igual a 0,02.

(a) Determínese un intervalo de confianza al 98% para la media de todas las determinaciones del pH de la misma solución obtenidas con el mismo método.

(b) Con el mismo nivel de confianza anterior, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que la amplitud del intervalo de confianza sea a lo sumo 0,02?

Junio 2002

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se quiere comprobar si una máquina destinada al llenado de envases de agua mineral ha sufrido un desajuste. Una muestra aleatoria de diez envases de esta máquina ha proporcionado los siguientes resultados:

0,49 0,52 0,51 0,48 0,53 0,55 0,49 0,50 0,52 0,49.

Suponiendo que la cantidad de agua mineral que este tipo de máquinas deposita en cada envase sigue una distribución normal de media 0,5 litros y desviación típica 0,02 litros, se desea contrastar si el contenido medio de los envases de esta máquina es de 0,5 litros, con un nivel de significación del 5%.

- (a) Plantear las hipótesis nula y alternativa del contraste.
- (b) Determinar la región crítica del contraste.
- (c) Realizar el contraste.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de las llamadas de teléfono, en una oficina comercial, sigue una distribución normal con desviación típica 10 segundos. Se hace una encuesta entre 50 llamadas y la media de duración obtenida en esa muestra es 35 segundos. Calcular un intervalo de confianza al 99% para la duración media de las llamadas.

Septiembre 2002

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Los depósitos mensuales, en euros, en una entidad bancaria, siguen una distribución normal de media μ y de desviación típica $\sigma = 5,1$. Con el fin de contrastar si la media de los depósitos mensuales es 20 euros, se toma una muestra de tamaño 16, resultando ser la media muestral 22,4 euros. ¿Se puede aceptar la hipótesis de que la media es 20 a un nivel de significación del 5%?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

De una población con distribución normal de media 50 y desviación típica 6, se extrae una muestra aleatoria de tamaño n y se calcula su media muestral.

- (a) ¿Qué valor debe tener n para que se cumpla la desigualdad $|\bar{x} - \mu| < 2$ con una probabilidad de 0,95?
- (b) Resolver el apartado anterior con una probabilidad de 0,90. Comparar ambos resultados.

Junio 2003

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se estima que el tiempo de reacción de un conductor ante un obstáculo imprevisto tiene una distribución normal con desviación típica 0,05 segundos. Si se quiere conseguir que el error de estimación de la media no supere los 0,01 segundos con un nivel de confianza del 99%, ¿qué tamaño mínimo ha de tener la muestra de tiempos de reacción?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se probaron 10 automóviles, escogidos aleatoriamente de una misma marca y modelo, por conductores con la misma forma de conducir y en carreteras similares. Se obtuvo que el consumo medio de gasolina, en litros, por cada 100 kilómetros fue de 6,5. Estudios previos indican que el consumo de gasolina tiene una distribución normal de desviación típica 2 litros. Determinar un intervalo de confianza al 95% para la media del consumo de gasolina de estos automóviles.

Septiembre 2003

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo de conexión a Internet de los alumnos de cierta universidad, sigue una distribución normal con desviación típica 15 minutos. Para estimar la media del tiempo de conexión, se quiere calcular un intervalo de confianza que tenga una amplitud menor o igual que 6 minutos, con un nivel de confianza del 95%. Determinar cuál es el tamaño mínimo de la muestra que es necesario observar.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se ha extraído una muestra de 150 familias de residentes en un barrio obteniéndose que la renta familiar media de la misma asciende a 20000 euros. Se supone que la renta familiar de los residentes en el barrio sigue una distribución normal de desviación típica 1500 euros.

- A partir de estos datos, calcular un intervalo de confianza para la renta familiar media con un nivel de confianza del 95%.
- ¿Qué tamaño muestral mínimo es necesario para conseguir, con un nivel de confianza del 90%, un error en la estimación de la renta familiar media no superior a ± 142 euros?

Junio 2004

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En un servicio de atención al cliente, el tiempo de espera hasta recibir atención es una variable aleatoria normal de media 10 minutos y desviación típica 2 minutos. Se toman muestras aleatorias del tiempo de espera de los clientes que llegan en un día concreto. Se pide:

- ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de espera de una muestra de 25 clientes no supere los 9 minutos?
- ¿Cuál es la distribución de la media muestral si se toman muestras aleatorias de 64 clientes? Especificar sus parámetros.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El precio de ciertos electrodomésticos puede considerarse una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 100 euros. Los precios en euros correspondientes a una muestra de 9 de estos electrodomésticos son:

255 85 120 290 80 80 275 290 135

- (a) Construir un intervalo de confianza al 98% para la media poblacional.
- (b) Hallar el tamaño mínimo que debe tener la muestra, para que con un nivel de confianza del 99%, el error de estimación del precio medio no supere los 50 euros.

Septiembre 2004

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Una muestra aleatoria de 9 tarrinas de helado proporciona los siguiente pesos en gramos

88 90 90 86 87 88 91 92 89

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la media de la población, sabiendo que el peso de las tarrinas tiene una distribución normal con una desviación típica de 1,8 gramos.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Calcular el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para garantizar que, en la estimación de la media de una población normal con varianza igual a 60, al 90% de confianza, el error de estimación cometido no sea superior a 3 unidades.

Junio 2005

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En una encuesta se pregunta a 10.000 personas cuántos libros lee al año, obteniéndose una media de 5 libros. Se sabe que la población tiene una distribución normal con desviación típica 2.

- (a) Hallar un intervalo de confianza al 80% para la media poblacional.
- (b) Para garantizar un error de estimación de la media poblacional no superior a 0,25 con un nivel de confianza del 95%, ¿a cuántas personas como mínimo sería necesario entrevistar?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Para una población $N(\mu, \sigma = 25)$, ¿qué tamaño muestral mínimo es necesario para estimar μ mediante un intervalo de confianza, con un error menor o igual que 5 unidades, y con una probabilidad mayor o igual que 0,95 ?

Septiembre 2005

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de las baterías de un determinado modelo de teléfono móvil tiene una distribución normal de media 34,5 horas y desviación típica 6,9 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 36 teléfonos móviles.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la duración media de las baterías de la muestra este comprendida entre 32 y 33,5 horas?
- ¿Y de que sea mayor de 38 horas?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo de reacción de una alarma electrónica ante un fallo del sistema es una variable aleatoria normal con desviación típica 1 segundo. A partir de una muestra de 100 alarmas se ha estimado la media poblacional del tiempo de reacción, mediante un intervalo de confianza, con un error máximo de estimación igual a 0,2 segundos. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado la estimación?

Junio 2006

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En cierta población humana, la media muestral \bar{X} de una característica se distribuye mediante una distribución normal. La probabilidad de que \bar{X} sea menor o igual que 75 es 0,58 y la de que \bar{X} sea mayor que 80 es 0,04. Hallar la media y la desviación típica de \bar{X} . (Tamaño muestral $n = 100$).

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo de espera en minutos en una ventanilla se supone aproximado mediante una distribución $N(\mu, \sigma)$ con σ igual a 3 minutos. Se lleva a cabo un muestreo aleatorio simple de 10 individuos y se obtiene que la media muestral del tiempo de espera es de 5 minutos. Determinar un intervalo de confianza al 95% para μ .

Septiembre 2006

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de la batería de cierto modelo de teléfono móvil se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 5 meses. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 baterías y se obtienen las siguientes duraciones (en meses):

33, 34, 26, 37, 30, 39, 26, 31, 36, 19

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la duración media de este modelo de batería.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El peso en kg de los estudiantes universitarios de una gran ciudad se supone aproximado por una distribución normal con media 60 kg y desviación típica 8 kg. Se toman 100 muestras aleatorias simples de 64 estudiantes cada una. Se pide:

- La media y la desviación típica de la distribución de la media muestral.
- ¿En cuántas de las 100 muestras cabe esperar una media entre 59 y 61 kg?

Junio 2007

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La edad a la que contraen matrimonio los hombres de la Isla Barataria es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de media 35 años y desviación típica de 5 años. Se elige aleatoriamente una muestra de 100 hombres de dicha isla. Sea \bar{X} la media muestral de la edad de casamiento.

- ¿Cuáles son la media y la varianza de \bar{X} ?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la edad media de casamiento de la muestra esté comprendida entre 36 y 37 años?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de las rosas conservadas en agua en un jarrón es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 10 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 rosas y se obtienen las siguientes duraciones (en horas):

57, 49, 70, 40, 45, 44, 49, 32, 55, 45

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la duración media de las rosas.

Septiembre 2007

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la recaudación diaria de los comercios de un barrio determinado es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de desviación típica 328 euros. Se ha extraído una muestra de 100 comercios de dicho barrio, obteniéndose que la recaudación diaria media asciende a 1248 euros. Calcular:

- El intervalo de confianza para la recaudación diaria media con un nivel de confianza del 99%.
- El tamaño muestral mínimo necesario para conseguir, con un nivel de confianza del 95%, un error en la estimación de la recaudación diaria media menor de 127 euros.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo invertido en cenar por cada cliente de una cadena de restaurantes es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal con desviación típica de 32 minutos. Se quiere estimar la media de dicho tiempo con un error no superior a 10 minutos, y con un nivel de confianza del 95%.

Determinar el tamaño mínimo muestral necesario para poder llevar a cabo dicha estimación.

Junio 2008

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo en minutos dedicado cada día a escuchar música por los estudiantes de secundaria de una cierta ciudad se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 15 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos (en minutos):

91 ; 68 ; 39 ; 82 ; 55 ; 70 ; 72 ; 62 ; 54 ; 67

- Determinarse un intervalo de confianza al 90% para el tiempo medio diario dedicado a escuchar música por un estudiante.
- Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para conseguir una estimación de la media del tiempo diario dedicado a escuchar música con un error menor que 5 minutos, con un nivel de confianza del 95%.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El rendimiento por hectárea de las plantaciones de trigo en una cierta región, se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 1 tonelada por hectárea. Se ha tomado una muestra aleatoria simple de 64 parcelas con una superficie igual a 1 hectárea cada una, obteniéndose un rendimiento medio de 6 toneladas.

- ¿Puede asegurarse que el error de estimación del rendimiento medio por hectárea es menor que 0,5 toneladas, con un nivel de confianza del 98%? Razónese.
- ¿Qué tamaño muestral mínimo ha de tomarse para que el error en la estimación sea menor que 0,5 toneladas con un nivel de confianza del 95%?

Septiembre 2008

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la calificación en Matemáticas obtenida por los alumnos de una cierta clase es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 1,5 puntos. Se elige una muestra aleatoria simple de tamaño 10 y se obtiene una suma de sus calificaciones igual a 59,5 puntos.

- Determinese un intervalo de confianza al 95% para la calificación media de la clase.
- ¿Qué tamaño ha de tener la muestra para que el error máximo de la estimación sea de 0,5 puntos, con el nivel de confianza del 95%?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de la vida de una determinada especie de tortuga se supone que es una variable aleatoria, con distribución normal de desviación típica igual a 10 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 tortugas y se obtienen las siguientes duraciones, en años:

46 ; 38 ; 59 ; 29 ; 34 ; 32 ; 38 ; 21 ; 44 ; 34

- Determinese un intervalo de confianza al 95% para la vida media de dicha especie de tortugas.
- ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra observada para que el error de la estimación de la vida media no sea superior a 5 años, con un nivel de confianza del 90%?

Junio 2009

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que el gasto mensual dedicado al ocio por una familia de un determinado país se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 55 euros. Se ha elegido una muestra aleatoria simple de 81 familias, obteniéndose un gasto medio de 320 euros.

- ¿Se puede asegurar que el valor absoluto del error de la estimación del gasto medio por familia mediante la media de la muestra es menor que 10 euros con un grado de confianza del 95%? Razónese la respuesta.
- ¿Cuál es el tamaño muestral mínimo que debe tomarse para poder asegurarlo?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la cantidad de agua (en litros) recogida cada día en una estación meteorológica se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 2 litros. Se elige una muestra aleatoria simple y se obtienen las siguientes cantidades de agua recogidas cada día (en litros):

9,1 ; 4,9 ; 7,3 ; 2,8 ; 5,5 ; 6,0 ; 3,7 ; 8,6 ; 4,5 ; 7,6

- Determinése un intervalo de confianza para la cantidad media de agua recogida cada día en dicha estación, con un grado de confianza del 95%.
- Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para que al estimar la media del agua recogida cada día en la estación meteorológica mediante la media de dicha muestra, la diferencia en valor absoluto entre ambos valores sea inferior a 1 litro, con un grado de confianza del 98%.

Septiembre 2009

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que el tiempo de una conversación en un teléfono móvil se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 1,32 minutos. Se desea estimar la media del tiempo de las conversaciones mantenidas con un error inferior o igual en valor absoluto a 0,5 minutos y con un grado de confianza del 95%.

- Calcúlese el tamaño mínimo de la muestra que es necesario observar para llevar a cabo dicha estimación mediante la media muestral.
- Si se supone que la media del tiempo de las conversaciones es de 4,36 minutos y se elige una muestra aleatoria simple de 16 usuarios, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de las conversaciones de la muestra esté comprendido entre 4 y 5 minutos?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la estancia (en días) de un paciente en un cierto hospital se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 9 días. De una muestra aleatoria simple formada por 20 pacientes, se ha obtenido una media muestral igual a 8 días.

- Determinése un intervalo de confianza del 95% para la estancia media de un paciente en dicho hospital.
- ¿Cuál debe ser el tamaño muestral mínimo que ha de observarse para que dicho intervalo de confianza tenga una longitud total inferior o igual a 4 días?